وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



جامعة العربي التبســي - تبسة

جامعة العربي التبسي - تبسة

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية.

قسم: الفلسفة

LarbiTebessi University - Tebessa

Faculty of Humanities and Social Sciences.

Department of Philosophy

الميدان: علوم إنسانية واجتماعية.

الشعبة: علوم اجتماعية.

التخصص: فلسفة غربية حديثة ومعاصرة.

العنوان: أزمة اليقين في الرياضيات

مذكرة مقدمة لنيل شهادة ماستر "ل.م.د"

دفعــة: 2021

إعداد الطالبة:

- جاب الخير هاجر

إشراف الأستاذ:

د. زيات فيصل

لجنــة المناقشــة

الاسم واللقب	الرتبة العلمية	الصفة
د. بدراوي سفيان	أستاذ محاضر- أ-	رئيســــــــا
د. زيات فيصل	أستاذ محاضر- أ-	مشرفا ومقررا
د. معط الله أحمد	أستاذ محاضر- ب-	عضوا ممتحنــا

السنة الجامعية: 2020/ 2021





الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة العربي التبسي- تبسة

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

Faculty of Humanities and Social sciences

قســـم الفلسفـــة

إذن بالطبـــــع

أنا الممضي أسفله الأستاذ(ة) : زيات فيصل ....

المشرف على مذكرة ماستر بعنوان : أزمة اليقين في الرياضيات

....

والمكملة لنيل شهادة الماستر في تخصص : فلسفة غربية حديثة ومعاصرة بعنــــوان

السنة الجامعية2021/2020

إعداد الطالب (ة) : جاب الخير صابر ....

تتوفر فيها الشروط المنهجية والعلمية ، الشكلية والموضوعية، التي تؤهلها للمناقشة العلنية بعد تشكيل لجنة المناقشة، وبناءا عليه أوقع على هذا الإذن للطالب(ة) المعني(ة) بطبع المذكرة وإيداعها لدى إدارة قسم الفلسفة بنسخها الورقية والالكترونية .

تبسة في : 08 جوان 2021

توقيع الأستاذ(ة) المشرف:

037 50 40 90

 www.univ-tebessa.dz/fsesh

FSHSS.UnivTebessa@gmail.com

قسم الفلسفة

تصريح شرفي

بالالتزام بالأمانة العلمية لإنجاز البحوث

ملحق القرار رقم933المؤرخ في 2016/02/20

أنا الممضي أسفله:

الطالب(ة): جاب الخير هاجر صاحب(ة) بطاقة التعريف الوطنية أو

رخصة سياقة رقم: 106167286 الصادرة بتاريخ: 2017.10.05 عن دائرة/بلدية:

مسكيانة

المسجل في السنة الثانية ماستر تخصص:فلسفة غربية حديثة ومعاصرة.

والمكلف بإنجاز مذكرة ماستر بعنوان: أزمة اليقين في الرياضيات

....

إشراف الأستاذ(ة): زيات فيصل

أصرح بشرفي أنني ألتزم بالتقيد بالمعايير العلمية والمنهجية والأخلاقية المطلوبة في انجاز البحوث الأكاديمية وفقا لما نص عليه القرار رقم 933المؤرخ في 2016/07/20المحدد للقواعد المتعلقة بالوقاية من السرقة العلمية ومكافحتها.

التاريخ: 2021.06.13

إمضاء المعني بالأمر




بسم الله الرحمن الرحيم

شكر وعرفان

مصداقا لقوله تعالى: "**وإذ تأذن ربكم لئن شكرتم لأزيدنكم**" سورة إبراهيم الآية 07

إنه لا يسعني إلا أن أتقدم بالشكر الخالص للعلي القدير، وبحمده على توفيقه لي لإنجاز هذه المذكرة، وإيمانا مني واعترافا بالفضل الجميل لزارع بذرة هذا البحث.

فإني أتقدم بجزيل الشكر والتقدير والعرفان للدكتور المشرف "زيات فيصل" الذي كان نعم المرشد والموجه، فلم يبخل عليّ بتوجيهاته القيمة والتي أزاحت عنّي العديد من العوائق وأنارت دربي و أضاءت طريقي، وكان بالعلم والأخلاق أسوتي، وبالصبر والتحدي قدوتي، جزاه الله عنّي ألف خير، وجعله ذخرا للعلم والفلسفة.

كما أتوجه بالشكر الخاص للأستاذة: "علوي حورية"

إلى كل الأساتذة الذين تعلمنا على أيديهم...

شكرا لذوي الأيادي الفضلى على المساعدة التي قدموها...

إلى كل من تحمل هذه الورقة اسمه، فقلبي يحمله وينحني شكرا له

إلى كل من ساعدني من قريب أو بعيد ولو بالدعاء الصالح

شكرا.

الإهداء

إلى مصدر قوتي في هذا الزمان

إلى من لو فرشت له الأرض ورودا

وأشعلت له أصابعي شموعا لما وفيته حقه

إلى من كان سندي في تسلق رتب المعالي "أبي العزيز"

إلى من علمتني العطاء من دون انتظار

إلى سر الوجود إلى قرة العين إلى نبع الحنان "أمي الغالية"

إلى شقيق القلب ورفيق الدرب

إلى سندي في الحياة "زوجي محمد"

إلى فلذة كبدي وبسمة حياتي ومسرة عيني "ابني أسامة"

إلى أخواتي دفء حياتي

إليكم جميعا

ج . هاجر

مقدمة

مقدمـة:

مما لا شك فيه ولا ريب أن الرياضيات منذ البدايات الأولى لتاريخ العلوم احتلت المكانة المرموقة و الاهتمام المثالي على مستوى التفكير الإنساني، والنموذج المثالي والمرجعي للعقل البشري، لم يصله علم من العلوم الأخرى من حيث اللغة المستخدمة والدقة والوضوح والصرامة من حيث المنهج في المقاربة وفي المعالجة التي تقوم أكثر ما تقوم على المنطق والإقناع. ولعل المتتبع لتاريخ الفكر الفلسفي والمتأمل في مساره التطوري يجد أن الرياضيات من حيث البناء والتأسيس لها تاريخ طويل وعريق، يمتد بجذوره إلى الحضارتين المصرية والبابلية من خلال طابعها العملي كاستجابة لحاجات الإنسان الضرورية ومسايرة للحقيقة الواقعية، خصوصا ما تعلق بالحسابات في المعاملات التجارية وقياس مختلف المقادير كالأطوال والمساحات، وتوقع الأحداث الفلكية ذات الصلة بلغة الرياضيات، مما جعلها ترتبط أكثر بالواقع العملي والحسي، وبالممارسات اليومية للإنسان للتعبير عن الحاجات الملحة والتصورات المتوقعة، ودام ذلك طويلا إلى غاية القرن السادس قبل الميلاد، وهو تاريخ أول تحول فكري في عالم الرياضيات، وتحديدا على يد اليونانيين الذين يعود إليهم الفضل في نشأة الرياضيات كعلم نظري، وميلاد أول نسق استنباطي هندسي على "إقليدس" وبذلك سميت الهندسة باسمه فيما عرف بعد ذلك بالهندسة الإقليدية أو نظرية إقليدس. وانطلاقا من النسق الهندسي الإقليدي، أو العرض النسقي الهندسي الذي كان بمثابة الترجمة لما هو حسي و عملي بواسطة أشكال تتم قراءتها هندسيا في نسق عقلي منطقي بالغ الأهمية، اعتبرت الرياضيات عند اليونان علما نظريا للمعرفة اليقينية التي لا يرقى إليها الشك، وتعبيرا دقيقا وواضحا للحقيقة الواقعية في آن واحد. و ظل كتاب العناصر "الأصول" لمؤلفه إقليدس (حوالي 300 قبل الميلاد) المرجع الوحيد للرياضيات عدة قرون من الزمن لأهمية ما شمله من جديد وما قدمه من نتائج منطقية أجابت على كثير من التساؤلات.

واستمرت هيمنة الهندسة الإقليدية إلى غاية القرن 18 للميلاد، أين ازداد الوعي بأهمية البناء الرياضي لبقية الفلسفات كسند بغية الوصول إلى الدقة في مختلف المعارف الشبيهة بدقة وبداهة الحقائق الرياضية القائمة آنذاك. وأهم محطة في تاريخ الرياضيات بعد النسق الهندسي الإقليدي مباشرة، كانت على يد "ديكارت" عندما أراد الاستعاضة عن هندسة إقليدس المتميزة بالأشكال الهنسية الحسية، بهندسة جديدة أكثر تجريدا ألا وهي الهندسة التحليلية التي استعملت لغة رياضية مغايرة غاية في التميز بغرض التعبير عن العلاقات بين الأشكال وبالتالي عن قيم رياضية قائمة بواسطة المعادلات الجبرية مما فتح المجال للتطور أكثر في لغة الرياضيات الذي بلغ ذروته في القرن التاسع عشر مع اكتشافات (كانتور) لفكرة "اللامتناهي"، ومنه اكتشاف المجموعات اللامتناهية مثل مجموعة الأعداد الحقيقية والأعداد المركبة، فتطورت الرياضيات بظهور علم الجبر وعلم الحساب وعلم التحليل.

وإضافة إلى ذلك فقد تم إعادة النظر في النسق الهندسي الإقليدي، خصوصا ما تعلق بالمسلمة الخامسة لإقليدس، مما أدى إلى تأسيس الهندسات اللاإقليدية، وتوالت كثير من الاكتشافات غير المألوفة، والوقوف على كثير من المتناقضات في مختلف فروع الرياضيات، تمت بلورتها فيما عرف آنذاك بأزمة الرياضيات أو "أزمة الأسس" التي قامت عليها الرياضيات و التي كانت إلى وقت قريب مسلمات أو بديهيات لا يرقى إليها الشك، وهو ما دفع المختصين وكبار الباحثين إلى التفكير بجدية والدعوة إلى تأسيس رياضيات أو نظريات رياضية على أسس قوية متناسقة وغير متناقضة، رياضيات خصبة ويقينية، وحينها لم تعد الإشكالية تخص الرياضيين فقط بقدر ما أصبحت تهم كل العلماء على اختلاف تخصصاتهم نتيجة الأثر البالغ الذي تركته وأحدثته الرياضيات في علومهم ومعارفهم، خصوصا الفلاسفة والمناطقة الذين تأثروا عن قرب بما يشبه الزلزال الذي أصاب الرياضيات في أسسها، وهو بكل صدق ما يبرر شرعية وجود "فلسفة الرياضيات" التي اهتمت وما زالت

تهتم بهذه الإشكالية الفلسفية الرياضية، ونتج عن ذلك ظهور اتجاهات عديدة مثل الاتجاه الحدسي والاتجاه الصوري والاتجاه اللوجستيقي.

- ✓ **الاتجاه اللوجستيقي:** يرى بأن القضايا الرياضية مجرد قضايا من المنطق الصوري.
- ✓ **الاتجاه الصوري:** يرى بأن المنطق والرياضيات ينبعان من أصل واحد ألا وهو الطريقة الأكسيوماتيكية.
- ✓ **الاتجاه الحدسي:** وهي النزعة التي ترفض النزعتين السابقتين و ترجع الحقائق الرياضية إلى الحدس الرياضي.

وقد كان الباعث والداعي لاختيار موضوع بحثنا أسباب ذاتية وأخرى موضوعية

فأما الأسباب الذاتية فهي:

1- شغفي المستمر والدائم بدراسة الإشكاليات الخاصة بفلسفة الرياضيات.
2- اهتمامي في الصف المتوسط وحتى الثانوي بمادة الرياضيات، كوني لم أكن أرى مسافة تفصل بينها وبين باقي فروع العلوم الأخرى، الاجتماعية والإنسانية.

وأما الأسباب الموضوعية فهي على سبيل المثال:

1- كنت وما زلت أرى أن مقاربة هذا المجال المعرفي لم يأخذ حقه من الدراسة والبحث المعمقين بعد، مما جعلني أفكر للخوض فيه دون غيره.
2- انطلاقا من الحاجة إلى أكثر من قراءة متأنية يمكن أن تفتح الطريق إلى مزيد من التأمل بغرض المساهمة في بناء معرفي أكثر دقة و أكثر وضحا.

وعلى ضوء ما سبق فإن الإشكالية المحورية لهذا البحث تدور حول أزمة الأسس في الرياضيات، أسبابها ودوافعها، انعكاساتها وحلولها.

وتندرج تحت الإشكالية المحورية مجموعة من الأسئلة الفرعية التالية:

1. فيم تكمن الأسباب والدوافع التي مهدت لقيام أزمة الأسس في الرياضيات؟
2. ما الفرق بين الهندسة الإقليدية والهندسات اللاإقليدية؟
3. هل الحقيقة الرياضية مطلقة رغم تعدد الهندسات؟
4. ما هي أهم النتائج التي أفرزتها أزمة الأسس في الرياضيات؟
5. ما هي الأبعاد الإبستمولوجية التي حققها المنهج الأكسيومي؟
6. أي اتجاه يجب أن تعتمد عليه الرياضيات لإعادة بناء صرحها الشامخ، أهو الاتجاه اللوجستيقي أم الأكسيومي أم الحدسي؟

وللإجابة على هذه التساؤلات فقد اعتمدت أساسا على العديد من المراجع، وتوخيت القدر الممكن من الموضوعية في قراءة وتحليل واستنباط الافكار والنتائج المرجوة وحاولت جاهدة دراستها بكثير من التأني والتأمل.

معتمدة في ذلك المنهج التحليلي، لأن العديد من المفاهيم التي صادفتني كانت غامضة وملتبسة، مما اضطرني إلى ضرورة الوقوف عند كل مفهوم وتحليله بدقة، خصوصا أنها مفاهيم رياضية لا مناص من توضيحها للقارئ الكريم.

إضافة إلى منهج مقارن لأجل إبراز الاختلاف بين الحقيقة في الرياضيات الكلاسيكية والحقيقة في الرياضيات المعاصرة.

ولتحقيق هذا الهدف تم اعتماد الخطة التالية:

مقدمة، عرضت من خلالها الموضوع وأهميته وأسباب ودواعي اختياره، ثم حددت الإشكالية المحورية والمشكلات الفرعية، ثم تحديد المنهج المتبع. وبعدها تحليل الخطة المعتمدة مع ذكر بعض الصعوبات الموضوعية التي اعترضت سبيلي خلال البحث.

- ✓ الفصل الأول، عنونته بمدخل مفاهيمي تاريخي للرياضيات، عرضت من خلاله مفهوم الرياضيات، موضوعها ومنهجها، وكذلك نشأة الرياضيات، بالإضافة إلى ضبط مفهوم الهندسة الإقليدية، الهندسة اللاإقليدية، والأكسيوماتيك .
- ✓ الفصل الثاني، تحت عنوان: طبيعة أزمة اليقين في الرياضيات، تناولت فيه القيمة الإبستمولوجية للمنهج الأكسيومي وانعكاساته على العلم بصفة عامة والرياضيات بصفة خاصة، كما تطرقت فيه إلى ظهور الدالة المنفصلة، وانهيار فكرة الاتصال في التحليل، مسألة اللانهاية، نظرية المجاميع و نقائضها.
- ✓ الفصل الثالث، عنوانه: الحلول المقترحة لتجاوز أزمة الأسس، وفيه عرضت بعض الحلول المقترحة من طرف المناطقة والرياضيين لحل أزمة الأسس الرياضية متمثلة في النزعات الفلسفية الثلاث، وكذلك الحديث عن حلول لنقائض نظرية المجموعات.

وختمت البحث بخاتمة، اجتهدت في صياغة أهم النتائج المتوصل إليها.

وككل بحث علمي وأكاديمي فقد واجهتني صعوبات أثناء التحليل ودراسة الإشكاليات المطروحة من قبيل صعوبة المصطلح في الرياضيات، وأيضا صعوبة فهم وتبسيط النظريات. وبالرغم من ذلك كله فقد وفقنا بحمد الله إلى إتمام ما بدأناه.

وفي الختام ندعو الله أن يوفقنا ويفتح أمامنا سبل النجاح والسداد –آمين–

الفصل الأول: مدخل مفاهيمي تاريخي للرياضيات

- تمهيد

المبحث الأول: مفهوم الرياضيات

المطلب الأول: مفهوم العلوم الرياضية

المطلب الثاني :منهج العلوم الرياضية

المطلب الثالث: نشأة الرياضيات

المبحث الثاني:مفهوم الهندسة الإقليدية والهندسة اللا إقليدية

المطلب الأول: مفهوم الهندسة الإقليدية

المطلب الثاني: مفهوم الهندسة اللا إقليدية

المبحث الثالث: مفهوم اليقين والأكسيوماتيك

المطلب الأول: مفهوم اليقين

المطلب الثاني: مفهوم الأكسيوماتيك

- نتائج الفصل

- تمهيد:

من المعلوم أنه قبل الشروع في دراسة أي موضوع، يجب أولا التطرق إلى جملة من المفاهيم المقاربة له، والتي ستساعدنا في فهم الإشكالية الرئيسية، وهذا ما قمت به فعلا، إذ خصصت هذا الفصل لتوضيح بعض المفاهيم الغامضة، ومن بين هذه المفاهيم نجد الرياضيات، الهندسة الإقليدية والهندسة اللاإقليدية، الأكسيوماتيك، مع العلم أنه قد تم تداولها على مر العصور وكانت محل اهتمام الكثيرين، حيث نلمس إرهاصاتها في الفلسفة اليونانية لتمتدّ حتى الفترة الحديثة والمعاصرة.

إذن هذا الفصل يُعدّ بمثابة البوابة التي ستمكننا من الدخول إلى إشكالية بحثنا، وذلك بهدف الإحاطة بالموضوع المراد دراسته وتقريب الفهم للأذهان.

المبحث الأول: مفهوم الرياضيات

1- لغة:

"إنّ الكلمة الإغريقية "mathemata" تعني ببساطة "ماجرى تعلمه" أحيانا بطريقة عامّة، وفي أزمنة أخرى ارتبطت على نحو أكثر تحديدا بعلم الفلك أو الحساب أو الموسيقى. من هذه الكلمة الإغريقية اشتقت الكلمة الحديثة "mathematics"، وشبيهاتها في اللغات الأوروبية الأخري".[1]

2- اصطلاحا:

الرياضيات هي:

"إسم نوع لكل العلوم التي يكون موضوعها العدد، الترتيب، (العددي)، أو السعة".[2]

"علم الأبنية الرياضية (مجموعات بين عناصرها توجد بعض العلاقات)".[3]

"علوم موضوعها العدد والكم".[4]

"يطلق هذا اللفظ على علوم مختلفة تتفق كلها في موضوعات بحثها التي هي الأعداد والكميات والمقاييس".[5]

1- جاكلين ستيدال، تاريخ الرياضيات، تر محمد عبد العظيم سعود، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، ط1، 2016، ص 27.

2-أندريه لالاند، موسوعة لالاند الفلسفية، المجلد الأول، منشورات عويدات، بيروت، ط2، 2001، ص 70.

3-يودين روزنتال، الموسوعة الفلسفية، تر سمير كرم، دار الطليعة للطباعة والنشر، ط3، 1981، ص 233.

4- يوسف كرم وآخرون، المعجم الفلسفي، مطابع كوستاتسوماس وشركاه، القاهرة، (دط)، 1966، ص 84.

5- جلال الدين سعيد، معجم المصطلحات والشواهد الفلسفية، دار الجنوب للنشر، تونس، (د.ط)، 2004، ص 277.

أو هي "جملة " علوم الكم والترتيب والمقدار والعلاقات بينها ويسمّيها القدماء التعاليم".[1]

من خلال هذا المفهوم يمكن القول أنّ الرياضيات كلمة يونانية الأصل، تُصنّف ضمن العلوم العقلية الصورية المجرّدة.

المطلب الأول: موضوع العلوم الرياضية:

"يطلق اسم العلوم الرياضية على الحساب والجبر والهندسة ونحوها، وموضوعها الكم، فإذا كان الكم متصلا كالامتداد، سُميّ العلم الذي يبحث فيه بعلم الهندسة، وإذا كان منفصلا كالعدد، سُميّ العلم الذي يبحث فيه بعلم العدد، وهو يشمل الحساب والجبر".[2]

تتميز الرياضيات بموضوعها، وهو الكم بنوعيه، أي الكم المنفصل ويرتبط بالعدد، والكم المتصل ويتعلق بالمكان والزمان والحركة.[3]

يمكن القول أنّ الرياضيات تتناول بالدراسة المقادير الكمية القابلة للعد والقياس، وهي مفاهيم عقلية مجرّدة من الشوائب الحسّية، ينشؤها العقل دون واسطة، أي أنّها مغرقة في الصورنة والتجريد.

المطلب الثاني: منهج العلوم الرياضية:

لمّا كانت طبيعة المنهج تتوقف إلى حد كبير على طبيعة الموضوع، فإن للرياضيات منهج خاص بها هو المنهج الاستنتاجي البحت.

---

[1]– محمود يعقوبي، معجم الفلسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام، الجزائر، ط 2، 1973، ص 67.

[2]– جميل صليبا، المعجم الفلسفي بالألفاظ العربية والفرنسية والانكليزيةواللاتنية، ج1، دار الكتاب اللبناني، بيروت، (د.ط)،1982، ص 631.

[3]– محمود قاسم، المنطق الحديث ومناهج البحث، مكتبة الأنجلو المصرية، مصر، ط2، 1953، ص 229– 230.

1- طرق التفكير الرياضي:

أ- طريقة التحليل:

أي إرجاع القضية المراد حلها إلى قضية أخرى صادقة وأقل تركيبا منها.

ب- طريقة التفنيد أو التحليل غير المباشر:

أي الانتقال من عكس القضية المراد البرهنة عليها، فإذا تبيّن فسادها ثبت صدق عكسها، وهي القضية المراد إثباتها.

ج- طريقة التركيب:

يبدأ الرياضي ببعض القضايا المعروفة ثم يصعد من قضيّة أخرى حتى ينتهي إلى إثبات المطلوب.[1]

وعليه بما أنّ موضوع الرياضيات هو الكمّ المجرّد من كل أثر حسيّ، فإنّ منهجها ينبغي أن يكون ملائما لموضوعها، أي من غير الممكن أن تتخذ الرياضيات من المنهج التجريبي مقياسا لها، باعتبارها علما استنباطيا خالصا.

المطلب الثالث: نشأة الرياضيات

"تقع جذور الرياضة في الخبرة العادية للحياة اليومية، فقد كان رجال الرياضة الأوائل رجالا عمليين نجارين وبنائين".[2]

---

[1]- محمود قاسم، المرجع السابق، ص 255- 257.

[2]- و.و.سوير، متعة الرياضي، تر عطية عبد السلام عاشور، دار سعد للطباعة والنشر،مصر، (د.ط)، (د.ت)، ص 17- 49.

ذلك أن الرياضة ترتبط ارتباطا وثيقا بالعالم الواقعي، حيث تُستمدّ من التجارب والخبرات التي يحياها الإنسان في حياته العادية.

ومن المعلوم أن المصريين والبابليين قد عرفوا وابتكروا كثيرا من الموضوعات والصيغ الرياضية، وقاموا باستدلالات عالية بواسطة الهندسة.[1]

أي أنّ للعلوم الرياضية جذور وبوادر في الحضارات الشرقية القديمة لا يمكن إنكارها.

إلاّ أن الإغريق تمكّنوا من تجريد الهندسة من الطابع الحسيّ الذي عرفته مع المصريين، واخترعوا طريقة البرهان، هذه الأخيرة التي كانت بوابّة لعلم الهندسة النظري، وأصدق مثال على عبقرية الإغريق هي هندسة إقليدس.[2]

وهذا ما يدل على أن علوم الرياضة قد انتقلت من الطابع العملي إلى الطابع النظري المجرّد على يد اليونان، وما عرفته الحضارات الشرقية هو مجرّد ممارسات عملية لا ترتقي إلى ما حقّقه الإغريق.

كما أنّ العرب قد اكتشفوا الكثير من أساليب البحث الرياضي وعلى رأسها الجبر، ومن بين علماء الرياضة العرب نجد الخوارزمي، ابن الهيثم ... إلخ.[3]

أي أن للعرب إنجازات لا يُستهان بها في ميدان الرياضيات.

---

[1]– محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط5، 2002، ص 58.

[2]– محمود قاسم، المرجع السابق، ص 232.

[3]– محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 65.

"هذا وازدادت الرياضة تقدما عندما أراد ديكارت الاستعاضة عن هندسة إقليدس التي ترجع دائما إلى الأشكال الحسّية بهندسة أخرى أكثر تجريدا وهي الهندسة التحليلية(*) التي تعبّر عن العلاقات بين الأشكال بالمعادلات الجبرية".[1]

تطوّرت الرياضيات في هذه المرحلة لأنّها تشبّثت أكثر بالعقل، أين ربط ديكارت بين الجبر والهندسة، فأصبحت هذه الأخيرة مجرّدة من اللواحق الحسّية، أي أنّها من إنشاء وتركيب العقل.

علما أنّه قد ظهرت كائنات رياضية غريبة أثارت دهشة الجميع كالأعداد التخيّلية والأعداد المركبّة (لا صلة لها بالواقع) وهي تأليفات جبرية صورية منطقية تتم حسب قواعد معيّنة، حوّلت الجبر وبالتالي الرياضيات كلّها إلى علم غير منتج، وهنا اتجهت أنظار الرياضيين إلى الأسس والمبادئ الأولية يفحصونها، ويبحثون في مسألة الصدق فيها، فكان من ذلك ظهور الأكسيوماتيك وقيام هندسات لا أوقليدية.[2]

ومنه نستنتج أن تاريخ الرياضيات يثبت أنها قد عرفت تطورات كبيرة، حتى وصلت إلى ما هي عليه حاليا.

(*) – علم يعبر عن الأشكال والخواص الهندسية بالمعادلات الجبرية، خلافا للهندسة التركيبية التي تعتمد على الحدس في أحكامها. (جميل صليبا، المرجع السابق، ج1، ص 256).

[1]– محمود قاسم، المرجع السابق، ص 232.

[2]– محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 71– 72.

المبحث الثاني: مفهوم الهندسة الإقليدية والهندسة اللا إقليدية

المطلب الأول:مفهوم الهندسة الإقليدية

"اسم يُطلق على الهندسة المبنية على المصادرة الشهيرة (الخامسة) لإقليدس، وهي المعادل المنطقي للقضية القائلة: من نقطة معينة **ن**، ليست على خط معيّن **خ**، خط واحد على الأكثر في السطح المستوي **ن** و **خ**، ولا يتقاطع مع الخط **خ**".[1]

"تُسمّى الهندسة التي تبحث في خواص المكان ذي الأبعاد الثلاثة بالهندسة الإقليدية".[2]

علما أنّ الهندسة قد تحولت لأوّل مرة –في اليونان– إلى نظرية استنباطية على يد إقليدس.[3]

تُنسب هذه الهندسة لمؤسّسها إقليدس، هذا الأخير الذي ترك بصمته في تاريخ الرياضيات بصفة عامّة والهندسة بصفة خاصّة. حيث ميّز في هندسته بين ثلاثة أنواع من المبادئ كالتالي:

"* **البديهية:** هي قضيّة واضحة بذاتها إلى درجة أنّه لا يمكن أن نتأدى منها إلى ما هو أبسط منها، مثال: "الكل أكبر من الجزء"

***المسلّمة:** قضية غير واضحة بذاتها، ولكن الرياضي يطلب منّا التسليم بها دون برهان

"* **التعاريف:** هي جملة من الحدود التي لا بد من الأخذ بها غير معرّفة حتى تستطيع تعريف الباقي بواسطتها".[4]

---

[1]– يودين روزنتال، المرجع السابق، ص 44.

[2]– جميل صليبا، المرجع السابق، ص 524.

[3]– يودين روزنتال،المرجع السابق، ص 561.

[4]– محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 74.

في ضوء ما سبق يمكن اعتبار المنهج الرياضي الإقليدي منهج استنتاجي ينتقل فيه الذهن من مقدمات وصولا إلى نتائج، علما أن هذه المنطلقات التي يبدأ بها الرياضي في برهنته هي مبادئ ثابتة.

والجدير بالذّكر أنّه على أساس هذه الأصول يبرهن إقليدس على العديد من القضايا الرياضية، من بينها أنّ مجموع زوايا المثلث يساوي 180°.[1]

إذن ينبغي التأكيد أن منطلقات المنهج الرياضي الإقليدي بالغة الأهمّية لأنّ إقليدس يقيم عليها هندسته بأكملها، وعليه لا يمكن إنكارها، لأنّ في ذلك إنكار للرياضيات في حدّ ذاتها، خاصّة ونحن نعلم أنّ الهندسة الإقليدية كانت تمثل النموذج المثالي مدّة لا يُستهان بها من الزمن.

المطلب الثاني:مفهوم الهندسة اللا إقليدية

"هي الهندسة التي تتصوّر مكانا هندسيا مختلفا عن فضاء إقليدس (كهندسة ريمان) وله عدد غير محدود من الأبعاد، وهي أعم من الهندسة الإقليدية وأكثر تجريدا".[2]

"لاإقليدي يُقال على الهندسة التي تنقض مصادرة إقليدس الخامسة الخاصّة بالتوازي مثل هندسة لوباتشفسكي التي تفترض أن الخطّين غير المتوازيين قد لا يلتقيان أبدا، وهندسة ريمان التي تفترض استحالة رسم خطوط متوازية في أي مستوى أفقي واحد".[3]

الهندسة الإقليدية تناقض الهندسة اللاإقليدية وتختلف عنها اختلافا واضحا.

[1]- عبد القادر بشتة، الإبستمولوجيا مثال الفيزياء النيوتونية، دار الطليعة، لبنان، ط1، 1995، ص 67.

[2]- جميل صليبا، المرجع السابق، ص524.

[3]- يوسف كرم وآخرون، المرجع السابق، ص 139.

حيث أنّ مسلّمة التوازي "من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط مواز للأوّل" قد أثار كثيرا من التردّد والشك، وإقليدس يبرهن على أساسها على عدّة قضايا هندسية.[1]

ولذلك ظلت هذه المسلّمة تشغل الرياضيات طوال ما يزيد على ألفي عام قبل التوصّل إلى حلّ لها.[2]

أي أنّ الأمر قد تغيّر تدريجيا لأنّ الهندسة الكلاسيكية فرضت نفسها مدة طويلة من الزمن.

فبالرغم من تأييد إقليدس على المستوى المنهجي فإن الرياضيين قد تأمّلوا في أصوله ونقدوها منذ زمن طويل، وباختصار فقد أدّى هذا النقد الداخلي إلى وجود هندستين أخريين في القرن التاسع عشر، بالإضافة طبعا إلى هندسة إقليدس، بحيث أصبح لدينا ثلاث هندسات متباينة.[3]

أي أنّ الثورة على النسق الإقليدي قد فتحت الباب لظهور أنساق جديدة، أثْرت ميدان الرياضة وساهمت في تطوّره.

قال هالستد: "إنّ اكتشاف الهندسة اللاأوقليدية سنة 1830 كان أمرا محتوما".[4]

والهندسة اللاأوقليدية هي:

---

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 75.

[2]- هانز ريشنباخ، نشأة الفلسفة العلمية، تر فؤاد زكرياء، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الاسكندرية، (د.ط)، 1962، ص 125.

[3]- عبد القادر بشتة، المرجع السابق، ص 69.

[4]- غاستون باشلار، الفكر العلمي الحديث، تر عادل العوا، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، لبنان، ط2، 1983، ص 24.

- **هندسة العالم الرياضي الروسي لوباتشفسكي Lobatchewski (1792-1856)**: من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم لاموازٍ واحد للأول بل موازيان أو أكثر، وعليه زوايا المثلث تساوي أقل من 180°.
- **هندسة العالم الرياضي الألماني ريمان Reimann (1845-1918)**: من تقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم أي مواز له، وأن أي مستقيمين كيفما كان وضعهما لا بد أن يتقاطعا، وعليه زوايا المثلث تساوي دوما أكثر من 180°.

إذن تصور إقليدس المكان مستوي مسطح وتصوره لوباتشفسكي مقعّرا، واعتبره ريمان كروي الشكل.[1]

أي لو كان السطح مقعّرا يمكننا أن نرسم أكثر من موازي للمستقيم الأول، لكن إذا كان السطح كرويا لا يمكننا رسم أي موازي، لأن المستقيمين سيتقاطعان بالضرورة.

بالإضافة إلى أنه لو كانت المسلمات الإقليدية حقائق ضرورية وكلية، لما استطعنا أن تنصوّر غيرها، ولما أمكننا أن نقيم على نفيها هندسات غير إقليدية لا تناقض فيها.[2]

وهذا يعني أن الهندسة سواء كانت كلاسيكية أو معاصرة فهي تحترم معيار اليقين.

وهكذا بدا أن جميع البديهيات يمكن أن يُعاد فيها النظر واختلطت البديهيات بالموضوعات، ولم تعد هناك إلاّ منظومة من الفرضيات لم نعد نشترط فيها أن تكون بديهية،

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 75- 77.

[2]- كامل محمد محمدعويضة، إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتب العلمية، لبنان،ط1، 1994، ص 100-101.

وإنّما فحسب ألاّ تتنافر مع بعضها بعض، أي لا تؤدي النتائج المتمخّضة عنها إلى عبارات متناقضة، ذلك هو مبدأ التوافق الداخلي.[1]

أي أن الرياضيات المعاصرة قد تجاوزت الرياضيات الكلاسيكية في العديد من الأمور، منها أنّ علماء الرياضة أصبحوا لا يميّزون بين البديهيات والمسلّمات، لأنّهم ينطلقون من مجرّد فرضيات، والشرط الوحيد لتكون البرهنة صحيحة هو توفّر معيار اليقين أي مبدأ عدم التناقض (انسجام المقدمات مع النتائج).

وعليه فقد نتج عن الهندسات اللاإقليدية، أنّنا حينما نقول أن قضية رياضية معينة تتميّز أولا بخاصية التناقض، فإنّ هذا لا يعتمد فحسب على المسلمّات التي استنتجناها منها، ولكن عدم التناقض أي الاتساق الذي تتميّز به الأنسقة الأكسيوماتيكية مرهون هو نفسه بالنسق المنطقي الذي نختاره من أجل فحصها.[2]

من خلال ما سبق نؤكد أنّ صحّة النسق تكون في إطار السّياق، وكل الأنساق سواء كانت إقليدية أم معاصرة هي صحيحة، لأنّها تحترم مبدأ عدم تنازع الفكر مع نفسه.

وقد أدّت كل هذه التعديلات إلى إنشاء منهج جديد يختلف شيئا ما عن المنهج الإقليدي، والمنهج الجديد هو المنهج الفرضي الاستنباطي أو الأكسيوماتيك.[3]

نلاحظ إذن أن تغيّر الموضوع كان سببا في تغير المنهج.

---

[1]- عبد السلام بن عبد العالي، محمد سبيلا، دفاتر فلسفية، نصوص مختارة، المعرفة العلمية، دار توبقال للنشر، الدار البيضاء، ط2، 1996، ص 51- 52.

[2]- روبير بلانشي، نظرية المعرفة العلمية (الإبستمولوجيا)، تر حسين عبد الحميد، (د.م)، (د.ط)، 1986، ص 128- 129.

[3]- عبد القادر بشتة، المرجع السابق، ص 69.

المبحث الثالث: مفهوم اليقين والأكسيوماتيك

المطلب الأول: مفهوم اليقين

"هو ما يبرهن عليه برهانا يتجاوز كل نقاش".[1]

"هو الاعتقاد الجازم المطابق الذي لا يزول بتشكيك المشكّك".[2]

"هو كل معرفة لا تقبل الشك ومنه حدسي كاليقين ببعض الأوليات أو استدلالي غير مباشر ينتهي إليه المرء بعد البرهنة، ومنه ذاتي يسلّم به المرء ولا يستطيع نقله إلى غيره، أو موضوعي يفرض نفسه على العقول كاليقين العلمي".[3]

أي أن المعرفة اليقينية هي المعرفة الثابتة المطلقة التي لا يشوبها النقص والتغيّر.

وما يهمنا نحن في هذا السياق هو اليقين الرياضي، حيث أنّه مع الرياضيات الكلاسيكية كان اليقين مطلقا، لكن مع الرياضيات المعاصرة وبعد قيام أزمة الأسس أصبح نسبيا.

المطلب الثاني: مفهوم الأكسيوماتيك : AXIOMATIQUE (بدهيّات "بيّنات")

1- في الأصل: دراسة نقدية للبديهيات (axiomes) على اختلاف معاني هذه الكلمة والتي تؤخذ مبادئ لاستدلال علم الهندسة.

2- جملة هذه الأسس (principes) أو المبادئ الموضوعة في بداية أي علم استنتاجي.[4]

---

[1]- يودين روزنتال،المرجع السابق، ص 591.

[2]- محمود يعقوبي، المرجع السابق، ص 187.

[3]- إبراهيم مدكور، المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة، (د.ط)، 1983، ص 316.

[4]- أندريه لالاند، المرجع السابق، ض 125- 126.

المنهج الأكسيوماتيكي هو "مجموع القضايا أو الأوليات التي يختارها الرياضي لبناء نسق رياضي معيّن، وهو ما يُصطلح عليه بالأكسيوماتيك باعتباره مجموعة من المبادئ المتجانسة التي لا يمكن التمييز بينها".[1]

إذن يمكن القول أنه بعد حركة النقد التي قامت حول أسس الرياضيات أصبحت هذه الأخيرة تقوم على مجرّد فرضيات يضعها الرياضي لينطلق منها في برهنته، وعليه لا يمكن التمييز بين البديهية والمسلمة، وهذا ما يُعرف بالأكسيوماتيك.

علما أنّ الأكسيوماتيك الهندسي يستند إلى ثلاث شروط أساسية:

- استقلال كل مسلّمة عن الأخرى.
- عدم تناقض المسلّمات.
- أن يكون عدد المسلّمات كافيا لاستنباط كل قضايا النسق الاستنباطي (شرط الإشباع).[2]

في ضوء ما سبق نستنتج أنّ الأكسيوماتيك فتح المجال أمام إمكانية وجود هندسات أخرى، ورغم الاختلاف القائم بين هندسة وأخرى إلى أن هذا لا يعني التناقض، بل على العكس فكلّ نسق صحيح في سياقه، المهم هو عدم تنازع الفكر مع نفسه.

[1]–زبيدة مونية بن ميسي، مرابطين سامية، "البعد الإبستمولوجي للأكسيوماتيك وأثره على الخطاب الفلسفي من وجهة نظر روبير بلانشي"، مجلة العلوم الإنسانية، جامعة منتوري قسنطينة، العدد 46، المجلد أ، 2016، ص 228.

[2]–عبد القادر بشتة، المرجع السابق، ص 69.

- نتائج الفصل:

- ✓ الرياضيات صناعة عقلية مجرّدة.
- ✓ الرياضيات علم فرضي استنباطي.
- ✓ الرياضيات المعاصرة تمثل امتداد للرياضيات الكلاسيكية، وفي نفس الوقت تجاوزا لها.
- ✓ تبقى الرياضيات معرفة يقينية لا يمكن التشكيك في قيمتها رغم ما لحق بها من تطوّر وتغيّر عبر العصور لأنها تتميز بالتجريد والنسقية.

معيار الصحّة واليقين في الرياضيات والذي جعل منها النموذج الأرقى للمعقولية هو مبدأ عدم التناقض.

الفصل الثاني: طبيعة أزمة اليقين في الرياضيات

- تمهيد

المبحث الأول: ظهور المنهج الأكسيومي وقيمته الإبستمولوجية

المبحث الثاني: ظهور الدالة المنفصلة وانهيار فكرة الاتصال في التحليل

المبحث الثالث: مسألة اللانهاية في الرياضيات

المطلب الأول: ضبط المفاهيم

المطلب الثاني:التأصيل الفكري لمشكلة اللانهائي وتطوره

المبحث الرابع: ظهور نظرية المجموعات ونقائضها

المطلب الأول: مفهوم نظرية المجموعات

المطلب الثاني: نقائض نظرية المجموعات

- نتائج الفصل

تمهيد:

عرفت الرياضيات تغيّرا وتطوّرا هائلا حتى وصلت إلى حالتها الراهنة، وخاصّة بعد حركة النقد الداخلي التي مسّت الأسس الرياضية وارتقت بالرياضيات لتصبح علما فرضيا استنباطيا، أي أنّ القضايا والمفاهيم ... الرياضية أصبحت تصاغ بطريقة أكسيومية بفضل استخدام المنهج الأكسيومي. ولذلك سأتناول في الفصل الثاني فوائد هذا المنهج وانعكاساته على العلم بصفة عامة وعلى الرياضيات بصفة خاصة، كما أنّني سأتطرق إلى مفاهيم جديدة شهدها ميدان الرياضيات مؤخّرا، كالنهاية واللانهاية، الدالة المنفصلة، نظرية المجموعات، وما حقّقته أيضا من تطوّر ذهب بالرياضيات إلى أعلى درجات التجريد.

المبحث الأول: ظهور المنهج الأكسيومي وقيمته الإبستمولوجية

الأكسيوماتيك هو: "منظومة من الأوليات يقوم عليها بناء رياضي معيّن، بناء يختلف عن بناء رياضي مماثل باختلاف الأوليات التي يقوم عليها كل منها".[1]

إذ أنّ الأوّليات التي ينطلق منها النسق الإقليدي تختلف عن أوليات الأنساق اللاّأوقليدية، ومع ذلك فإنّ كل نسق من هذه الأنساق يعتبر أكسيوماتيكا.

ظهر المنهج الأكسيومي نتيجة تطوّر مستمرّ لأبحاث الرياضيات منذ ما يزيد عن نصف قرن، سعيا منهم لحل المشاكل التي بدأت تظهر في ميدان الرياضيات.

"الأكسيوماتيك هيكل حيّ وليس مجرّد هيكل بدون حياة ... وما يتمتّع به من قدرة مبدعة في التحليل والتركيب والتنظيم والاكتشاف والإبداع".[2]

أي أنّ هذا المنهج قد أثبت فعاليته من خلال ما حقّقه من تطوّر، وسنسلّط الضوء على فوائده ونذكر منها:

- المنهج الأكسيومي أداة للتجريد والتحليل بالغة الأهمية، تفتح أمام الفكر آفاق جديدة خصبة، وتساعده على تنظيم المعلومات والمعارف التي اكتسبها تنظيما محكما، وإرجاعها في النهاية إلى مجموعة قليلة من المبادئ الدقيقة (تحويل الثوابت إلى متغيّرات).[3]

ذلك أنّ الرياضيات كلّما كانت أكثر تجريدا وأكثر بعدا عن الواقع التجريبي، كلّما أمنت من الوقوع في النسبية وكانت أكثر يقينا ووضوحا.

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 81.

[2]- زبيدة مونية بن ميسي، مرابطين سامية، المرجع السابق، ص 230.

[3]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 90.

- الأكسيوماتيك أداة ثمينة تمكّننا من الاقتصاد في المجهود الفكري وذلك بجمع عدّة نظريات في نظرية واحدة، علما أنّه يساعدنا على اكتشاف التناظر بين النظريات المتفرّقة التي يضمّها علم واحد، أو تتوزّعها مجموعة من العلوم، وهذا ما يسهّل الاكتشاف والاختراع.[1]

وعليه فقد فتح الأكسيوماتيك المجال للباحثين للإبداع والتميّز في جميع مجالات المعرفة.

- بالإضافة إلى أنّ الطريقة الأكسيومية قد مكّنت "العقول الإلكترونية" أن تقوم بالنّيابة عن الإنسان بإجراء العمليات المعقّدة، التي كانت تستغرق وقتا طويلا وتستنفذ مجهودا عظيما، وطاقة فكرية هائلة.[2]

أي أنّ الآلات أصبحت تحلّ محّل الإنسان في عملية التفكير، وهذا تحقّق فقط بفضل المنهج الأكسيومي.

كما يمكننا أن نتبيّن قيمة الأكسيوماتيك الإبستمولوجية بالنسبة إلى مختلف العلوم كما يلي:

- **في ميدان الرياضيات:**

إنّ وجه الرياضيات تغيّر رأسا على عقب، بعد أن صيغت مختلف فروعها صياغة أكسيومية، حيث نجد أنفسنا اليوم أمام تصنيف جديد أكثر وضوحا ودقّة، تصنيف يقوم على أساس العلاقات والبنيات التي تشكل من هذه العلاقات. علما أنّ هذا التغيير قد ساعد على التغلّب على أزمة الأسس التي زعزعت أركان العلم الرياضي في أوائل هذا القرن.[3]

فكلما تطورت الرياضيات كلّما تزايدت مشاكلها وتعقدت، والأكسيوماتيك بدوره قدّم الحلول لعدّة مشكلات حيّرت الرياضيين مدّة قرون.

---

[1]- محمد عابد الجالري، المرجع السابق، ص 91.

[2]- زبيدة مونية بن ميسي، مرابطين سامية، المرجع السابق، ص 231.

[3]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 91– 92.

- **أما في ميدان العلوم الطبيعية:**

فنجد أن الفيزياء والتي كانت وصفية (تُعنى بالكيفيات) عند اليونان وفي القرون الوسطى، والتي أصبحت استقرائية (كمية) ابتداء من القرن السابع عشر، قد بلغت الآن مع القرن العشرين مرحلة عالية من التطوّر، ممّا مكّن من صياغة كثير من قضاياها صياغة أكسيومية.[1]

وهذا يعني أنّ الأكسيوماتيك بما حقّقه من تطوّر، لا تظهر انعكاساته وآثاره على العلوم الصورية فقط بل تتعدّاها لتظهر أيضا على العلوم التجريبية، أي أن دور الرياضيات أصبح كبيرا جدّا في فهم الواقع.

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 92.

المبحث الثاني: ظهور الدالة المنفصلة وانهيار فكرة الاتصال في التحليل

- **التحليل الرياضي:**

هو أن تؤلف سلسلة من القضايا أولها القضية المراد إثباتها وآخرها القضية المعلومة، بحيث إذا ذهبت من الأولى إلى الأخيرة كانت كل قضية نتيجة ضرورية للّتي بعدها، وكانت القضية الأولى نتيجة للقضية الأخيرة وصادقة مثلها.

والتحليل عند علماء الرياضيات المعاصرين مرادف للجبر العالي أو لحساب اللانهايات.[1]

أي أنّ مفهوم التحليل عرف تطوّرا على مرّ العصور.

إن المستقيم الذي استبقاه ديكارت في هندسته التحليلية بعدأن استبعد الأشكال الهندسية الأخرى، يجعلنا نفهم عدم وجود أدنى فجوة أو انفصال في تتابع قيم دالة من الدوال كما تتتابع نقط مستقيم ما دون فجوة بينها مما يستبقي دائما حدسا بخط متتابع النقط سواء أكان الخط مستقيما أو منحنيا، أعني بالطبع يستبقي حدسا هندسيا ما.كما أنّ نظرية الدوال كلها إلى منتصف القرن الماضي إنمّا كانت تعبّر عن هذا الاتصال الهندسي وتستمد منه وجودها.[2]

نلاحظ أن التحليل قد كان مرتبطا بالواقع التجريبي.

لكن تقدم الإنشاءات الرياضية وتقدّم التحليل نفسه أدّى إلى اكتشافات غريبة، حيث اكتشف الرياضي الفرنسي كوشي "cauchy" (1820) (دالة منفصلة) وأدخل الأعداد التخيلية في الدوال، واكتشف العالم الألماني وييرستراس "weierstress" (1840) (دالة

---

[1]- جميل صليبا، المرجع السابق، ص 255.

[2]- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط1، 1969، ص 91.

متصلة) ولكنّها لا تقبل التفاضل، وكان الاتصال والتفاضل متلازمان إلى ذلك الحين ... وغيرها من الاكتشافات.[1]

هذه الاكتشافات الجديدة حرّكت فضول الباحثين وكانت مصدر قلق لدى الكثيرين منهم، لأنّها فتحت أبوابا جديدة للبحث والتفكير أي طرحت مشكلات ينبغي حلّها.

هنا نلمس تماما الحاجة الملحة عند رياضي ذلك العصر إلى التخلّي عن الحدس الهندسي برمّته، وهذا ما يعبّر عن الاتجاه الجديد النقدي الفاحص للأسس والمبادئ، والذي أمدّ الرياضة القائمة فعلا بأفكار جديدة.[2]

وعليه نؤكدّ أن استبعاد الاتصال الهندسي من السّاحة معناه تقديم البديل، فما هو هذا البديل؟

وهذا ما حلّ كثيرا من المشاكل، حيث تمّ التخلّي عن فكرة الاتصال الهندسي، وإحلال العدد الصحيح مكانها، وبالتالي بناء التحليل كله على فكرة العدد، هذا الأخير الذي أصبح هو الأساس الوحيد لكل فروع الرياضيات.[3]

على ضوء ما سبق يمكن القول أنّ الرياضيات أصبحت مرتبطة بالحساب فقط.

– يقول الفيلسوف برنشفج في كتابه "مراحل الفلسفة الرياضية": "إنّ علم الرياضة باتخاذه فكرة العدد الصحيح الإيجابي أساسا له يستطيع أن يدعي بحق أنّه طرد من العلم الرياضي كل غموض وشك".[4]

أي أنّ لجوء العلوم الرياضية وبالتحديد علم التحليل للحساب العددي وابتعادها عن الاتصال الهندسي جعلها أكثر وضوحا ويقينا.

---

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 93- 94.

[2]- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 93- 94.

[3]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 94.

[4]- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 97.

تلك هي وثيقة ميلاد المذهب الحسابي المشهور في تاريخ الرياضة أثناء الربع الثالث من القرن الماضي والذي كانت رسالته تأسيس التحليل على علم الحساب المعروف، ليكتسب يقينا مستمدّا من يقين الأعداد، ومبتعدا بذلك كلّه عن حدس الاتصال الهندسي.[1]

[1]- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 97.

المبحث الثالث: مسألة اللانهاية في الرياضيات

المطلب الأول: ضبط المفاهيم

- **مفهوم اللانهاية: "Infiniti"**

"طابع ما هو لا متناه".[1]

أي أنّها صفة ونعت للاّمتناهي سواء كان كمّا أو كيفا.

وفي معجم الرياضيات المعاصرة يعرّف مصطلح "لانهائي": "يكون أصلي لانهائيا. إذا لم يكن منتهيا. تكون مجموعة غير منتهية إذا كان أصلها غير منتهيا".[2]

وقد تمثّل المجموعات اللانهائية بوضع ثلاث نقاط بعد العضو الأخير الذي تجري ملاحظته وعلى سبيل المثال فإن مجموعة الأعداد الزوجية التي تقع فوق الرقم صفر يمكن أن نكتب: 2، 4، 6، 8 ... والرمز ∞ يمثل أيضا اللانهاية.[3]

- **مفهوم اللامتناهي: "Infiniti"**

يُعرّف بالقول نقيض المتناهي وهو ما لا حد ولا نهاية له.[4]

وينبغي فهم الحد هنا في معناه المطلق لا كما هو بالنسبة للاّمحدود الذي يمكن أن تكون له حدود ممكنة.

واللامتناهي إمّا أن يكون موجود بالفعل وهو اللامتناهي المطلق الإيجابي، كالكمية التي تكون أكبر بالفعل من كل كمية أخرى معلومة أو موجود بالقوة وهو اللامتناهي السلبي كالكمية التي هي بالقوة يمكن أن تصبح أكبر من كل كمّية.

---

[1]- أندريه لالاند، المرجع السابق، ص 673.

[2]- صلاح أحمد وآخرون، معجم الرياضيات المعاصرة، مؤسسة الرسالة، بيروت، ط1، 1983، ص 186.

[3]- الموسوعة العربية العالمية، مؤسسة أعمال الموسوعة للنشر والتوزيع، ط2، 1999، ص 51.

[4]- جميل صليبا، المرجع السابق، ص 271.

- **اللاّمتناهي في الصّغر: "Infiniment petit"**

كمية يقل مقدارها عن أية كمية معلومة وهي تقترب من الصفر ولكنّها لا تبلغه.[1]

فهو إذن أصغر مقدار معلوم، يؤول دائما إلى الصفر لكن لا يُطابقه.

- **اللاّمتناهي في الكبر: "Infiniment grand"**

هو أكبر مقدار على الإطلاق على غرار كل المقادير المعلومة، فهو أكبر من كل كم معطى لا يقال إلاّ على المقادير المعتبرة القابلة للتغيير، وحتى بنحو أخص على عدد يزداد إلى ما لا نهاية.[2]

- **المتسلسلة اللانهائية:**

في الرياضيات هي مجموعة متتالية من الحدود تتعاقب حدودها حسب قانون أو ترتيب معيّن، ولا تنتهي حدودها أبدا مهما تضاءلت قيم تلك الحدود.[3]

- **النهايات في الرياضيات:**

يعرّفها برتراند راسل في كتابه أصول الرياضيات بقوله: بوجه عام يمكن تعريف النهاية بأنّها حدّ يتلو مباشرة (أو يسبق حسب الأحوال) أي حد واحد من المتسلسلة، مثل متسلسلة الأعداد الصحيحة المتناهية والمتصاعدة: 1، 2، 3، 4، 5 ...[4]

وقد ظن بعض الرياضيين وبعض الفلاسفة أن نظرية النهايات بطلت بظهور الحساب اللانهائي، الذي أثبت أن اللانهائيات الصغر الحقيقية مفروضة قبلا في النهايات، ولكن الرياضيات الحديثة قد بيّنت خطأ هذا الرأي وبرزت طريقة النهايات أكثر فأكثر باعتبار أنّها أساسية، وباختصار إنّ الأعداد المتناهية هي الأعداد الطبيعية والصحيحة.

---

[1]- أحمد تركي، المعجم العلمي المصور، دار المعارف، القاهرة، (د.ط)، 1968، ص 308.

[2]- أندريه لالاند، المرجع السابق، ص 673.

[3]- جميل صليبا، المرجع السابق، ص 273.

[4]- برتراند راسل، أصول الرياضيات، تر محمد مرسي وأحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر، ط2، (د.ت)، ص 285.

مع العلم أنّ الأعداد في الرياضيات أنواع هي الأعداد الصحيحة، الأعداد السالبة والأعداد الكسرية، الأعداد الجذرية والأعداد الصمّاء، الأعداد العالية، الأعداد الخيالية، العدد اللامتناهي (فكرة القوة).[1]

إن فكرة العدد لا تصلح لدراسة مجال اللامتناهي بل ينبغي أن تستعين الدراسة بفكرة القوة، وهي فكرة توسع معنى العدد.

المطلب الثاني: التأصيل الفكري لمشكلة اللانهائي وتطوره

لقد بدأت مسألة اللانهاية من تعريف طاليس "Thales" الذي قال فيه "تلك التي ليس لها بداية أو نهاية"، ومن ناحية تاريخية يمكن القول إن مسألة اللانهائية في الفكر الغربي بدأت بمراحل ثلاث، الأولى يطلق عليها "ما قبل الأرسطية" والثانية هي المتمثلة في تحليل اللانهائية عند أرسطو نفسه "المرحلة الأرسطية"، والأخيرة تتمثل في أعمال العالم الألماني جورج كانتور George Cantor (1845–1918)، وآخرين.[2]

صحيح أنّ مشكلة اللانهائي تعود بجذورها إلى الفلسفة اليونانية، لكن المساهمة البارزة والمتميّزة كانت مع أحد رياضي القرن التاسع عشر وهو "جورج كانتور"، ولذلك سنحاول التركيز على هذه المرحلة.

لقد مهّد فيثاغورس وتلامذته الطريق إلى مسألة اللانهائية، لكن فيما بعد استبدل التصور الفيثاغوري بمفهوم الاستمرارية وهو أن كل خط مستقيم يمكن تقسيمه إلى ما لا نهاية من الأجزاء وعدد نقاطه تكون لا نهائية أيضا. وما مفارقات زينو الأيلي الشهيرة التي تقوم على فرضية كل من الزمان والمكان قابل للتقسيم اللانهائي، إلاّ تاريخ لمفاهيم

---

[1]- بول موي، المنطق وفلسفة العلوم، تر فؤاد زكرياء، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، مصر، (د.ط)، 2016، ص 147-150.

[2]- عبد اللطيف يوسف الصديقي، مسألة اللانهائية في الرياضيات، نظرية جورج كانتور، دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، ط1، 1999، ص 33.

الاستمرارية واللانهائية. مع العلم أن أول من أخل رمز اللانهائية (∞) هو الرياضي الإنجليزي جون والس Jhon Wallis (1616–1703).[1]

وهكذا نجد أن مفهوم اللامتناهي لعب دورا بالغ الأهمية في الفكر اليوناني والأرسطي، واستمر هذا المفهوم عبر التاريخ الفلسفي والعلمي من اليونان حتى عصر النهضة.

هذ ا وظهرت نظرية المجاميع لجورج كانتور لتدعم المذهب الحسابي وذلك من جهتين:

- ✓ تعّمقت هذه النظرية الحساب نفسه وكشفت عن نظريات جديدة ومعقدة، أضفت عليه قدرة عظيمة على حل الكثير من أعوص مشاكل الرياضيات
- ✓ وسّعت من أفق فكرة العدد، حيث أضافت الأعداد العابرة أو المتجاوزة للمنتهي، أي الأعداد اللامتناهية.[2]

– اللانهائية عند كانتور:

تبرز في شكلين مختلفين، لانهائية غير تامّة تتجاوز حدود الكميات في الكبر والصغر ولكن تبقى نهائية، ويمكن أن يقال عنها "متغيّر نهائي"، وهذا ما يطلق عليه "اللانهائية الممكنة"، والأخرى كمية محددة ثابتة يمكن تصوّرها بمفاهيم مختلفة في الهندسة وفي نظرية الدوال بنقطة لانهائية في المستوى المركب، هذه هي اللانهائية الحقيقية.[3]

من خلال ما سبق يمكن القول أن فكرة اللامتناهي قد أثارت جدلا واسعا خاصة مع كانتور، هذا الأخير الذي حقّق إسهاما رائعا ومتميزا. كما أنّ المشكل والتحدّيات التي خلفتها هذه النظرية تبقى محط بحث ونقاش حتّى يتم حلَّها.

---

[1]- عبد اللطيف يوسف الصديقي، المرجع السابق، ص 36– 38.

[2]- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 111.

[3]- شهرة سعد الدين، جدلية أساس الرياضيات في الفكر الفلسفي المعاصر، مذكرة مكملة لنيل شهادة الماستر في الفلسفة، جامعة محمد بوضياف– المسيلة، السنة الجامعية 2018– 2019، ص 45.

المبحث الرابع: ظهور نظرية المجموعات ونقائضها

المطلب الأول: مفهوم نظرية المجموعات

هي: "فرع من فروع الرياضيات يتناول المقولات الرئيسية للفلسفة والمنطق والرياضيات –مقولة اللامتناهي– بالمناهج الدقيقة، وقد تأسست النظرية على يد جورج كانتور، وموضوعات نظرية المجموعات هي خواص المجموعات (الكلّيات، الفئات، الطواقم) التي تكون في معظمها لامتناهية".[1]

أي أن مشكلة اللامتناهي قد فتحت الباب لإرساء نظرية جديدة تعرف بنظرية المجاميع، احتلت مكانة معتبرة في ميدان الرياضيات.

علما أن المجموعة تتألف من عناصر، ولكن لابدّ أن يكون كل عنصر من عناصر المجموعة محدّدا بوضوح متميزا عن العناصر الأخرى، ولابدّ أن يكون انتماء هذا العنصر إلى المجموعة انتماءا واضحا للجميع.[2]

هذه العناصر هي عبارة عن أعداد متناهية أو لامتناهية تجتمع معا في مجموعة واحدة، لأن هناك علاقة ما تربط بينها.

المطلب الثاني: نقائص نظرية المجموعات

أنتجت نظرية المجاميع لجورج كانتور جملة من النقائض منها:

- النظرية التاسعة والأربعون في الأعداد المرتبة اللامتناهية يمكن أن ترتب ترتيبا تصاعديا، بحيث أن من بين كل عددين منهما أيا كان يوجد دائما عدد أقل من الآخر، وأن أكبر الأعداد المرتبة اللامتناهية هو آخر سلسلة تلك الأعداد.[3]

لنفترض أنه لدينا مجموعة من صناديق الوقيد، مثلا، موزعة كما يلي:

---

[1]- يودين روزنتال، المرجع السابق، ص 541.

[2]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 95.

[3]- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 115– 116.

- ✓ صندوق فارغ.
- ✓ صندوق فيه عودان إثنان.
- ✓ صندوق فيه ثلاثة.

وآخر فيه أربعة... وهكذا إلى ذلك الصندوق الذي يضم مالانهائية لعدده من العيدان، ولكن هذه العيدان داخل الصناديق مرتبة ترتيبا تصاعديا (الأول، الثاني...)، إن هذا يعني أن الصندوق الأخير الذي يشتمل على مالانهاية له من العيدان سيستغرق جميع الأعداد الترتيبية وهي لانهائية.

إذا قمنا بترتيب هذه الصناديق ترتيبا تصاعديا، يكون الرقم الترتيبي الذي ترتّب به المجموعة الأخيرة التي تشتمل على جميع الأعداد الترتيبية وهي لانهائية، أعلى من أكبر رقم فيها. وإذن فلابد من وجود رقم ترتيبي أعلى من جميع الأرقام الترتيبية... وهذا تناقض.[1]

هذه النقيضة مفادها أنّه يجب أن يكون لدينا عدد أعلى من العدد اللانهائي، وهنا يكمن التناقض.

- **فيقول فيها بيورالي فورتي Burali Forti**: "إذا أخذنا هذا العدد الأخير كطرف وحيد في المقارنة فلابدّ أن يكون وفق النظرية نفسها باعتباره عددا مرتبا لامتناهيا، أقل من عدد آخر لا نعلمه. وإذن فأكبر الأعداد المرتبة اللامتناهية ليس أكبر الأعداد المرتبة اللامتناهية وهذا تناقض في هذه النظرية 49".[2]

* مثال آخر للتناقض ما كشفه برتراند راسل، في نظرية من نظريات كانتور في العدد العاد المتناهي التي تقول أن كل عدد منته باعتباره مجموعة لا يشتمل على ذاته كجزء منها. فيقول راسل إنه يمكن بيان أنّ عدد الأعداد المتناهية كلّها هو في آن واحد لا يشتمل ذاته ويشتمل ذاته أيضا كجزء من ذاته، وهذا تناقض.[3]

---

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 99- 100.

[2]- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 115- 116.

[3]- المرجع نفسه، ص 116.

ونحن نعلم أن المتناقضين لا يجتمعان معا ولا يرتفعان معا، وهنا تكمن المفارقة (لا مخرج منها).

ويوضّح راسل مفارقته بالمثال الآتي، هناك حلاّق في القرية يقوم بحلق ذقون جميع الأفراد الذين لا يحلقون ذقونهم، والحلاق نفسه هو أحد أفراد القرية فهل يستطيع أن يحلق ذقنه أم لا؟ فإذا تمّ ذلك فقد أخلّ بالشرط الذي ينصّ على أنّه يحلق الذين لا يحلقون وإذا لم يحلق ذقنه يخل أيضا لأنه لابدّ أ يحلق ذقون جميع الذين لا يحلقون، هنا تبرز المشكلة!!![1]

بالإضافة إلى نقيضة أخرى ملخّصها أنّنا إذا وزّعنا مجموعة تتكوّن من ثلاثة عناصر: أ، ب، ج إلى مجموعات جزئية نجد: {(أ)، (ب)، (ج)، (أ، ب)، (أ، ج)، (ب، ج)، (أ،ب،ج)، (∅)}. إذن هناك ثماني مجموعات للمجموعة الكلّية، وإذن فالمجموعة الجزئية أكثر عددا من عناصر المجموعة الأصلية، بما فيها المجموعات الفرعية لمجموعة جميع المجموعات هي أكثر عددا من جميع مجموعات، فإن بعض المجموعات أكثر عددا من جميع المجموعات، وهذا معناه أن الجزء أكبر من الكلّ، وهنا يكمن التناقض. فكيف للفرع أن يكون أكبر من الأصل؟!

وغيرها من المتناقضات التي حفلت بها هذه النظرية، فرغم ما تميّزت به نظرية المجاميع من إيجابيات وما حقّقته من إنجازات في ميدان الرياضيات بصفة عامّة وفي التحليل بصفة خاصة، إلاّ أنّه قد تخللتها جملة من النقائض، هذه الأخيرة إن دلّت على شيء فهي تدل على وجود خلل ما أو نقص ما أو مبالغة ما، وهذا ما يدعو حتى يومنا الحالي إلى مزيد من البحث والتفكير.

---

[1]- عبد اللطيف يوسف الصديقي، المرجع السابق، ص 75.

- **نتائج الفصل:**

✓ من أهم نتائج أزمة الأسس في الرياضيات ظهور ما يعرف بالأكسيوماتيك.

✓ حقّق الأكسيوماتيك بعدا إبستمولوجيا تظهر انعكاساته في جميع ميادين المعرفة وخاصة الرياضيات.

✓ انهيار فكرة الاتصال في التحليل ساهم في تطوّر ميدان العدد (الجبر)، لكن هذا التطوّر ظهرت معه صعوبات جديدة من بينها مشكلة اللامتناهي، هذه الأخيرة التي أفرزت بدورها نظرية المجاميع ونقائضها.

✓ نظرية المجاميع لجورج كانتور من بين أهمّ النظريات في تاريخ الرياضيات، حيث أنّها تفتح آفاقا جديدة للتطوّر والبحث والتميّز والإبداع، رغم ما طرحته من صعوبات وتحدّيات.

الفصل الثالث: الحلول المقترحة لتجاوز أزمة الأسس

- تمهيد

المبحث الأول: النزعة المنطقية

المطلب الأول: ضبط المفاهيم

المطلب الثاني: بوادر ظهور المنطق الرياضي

المطلب الثالث: النظرية اللوجستيقية عند راسل

المبحث الثاني: النّزعة الحدسية

المطلب الأول: مفهوم الحدس

المطلب الثاني: المذهب الحدسي

المبحث الثالث: النزعة الأكسيومية

- نتائج الفصل

تمهيد:

بعد أن ساد الاعتقاد مدّة طويلة من الزمن أنّ الحقيقة الرياضية مطلقة ثابتة لا يشوبها نقص ولا تغير، أثارت مسلمّة التوازي لإقليدس فضول الباحثين والمفكرين، ومهّدت الطريق لقيام أزمة اليقين في الرياضيات وظهور هندسات لاإقليدية، وهنا تبيّن أن الرياضيات لم تفقد قيمتها ويقينها، بل على العكس من ذلك ازدادت تقدّما وتطوّرا.

كما شهد ميدان التحليل تطوّرا فتح المجال لتطوّر ميدان العدد، وكان سببا في ظهور مشكلات جديدة من بينها مسألة اللانهاية في الرياضيات، هذا وظهرت نظرية المجموعات، هذه الأخيرة التي احتلت مركزا مرموقا عند الرياضيين خاصة وأنّهم علقوا عليها آمالا كبيرة في هذا الميدان، لكنها ما لبثت أن طرحت جملة من المتناقضات أثارت بدورها جدلا كبيرا، لهذه الأسباب ولأجلها نلاحظ اضطرابات كبيرة وسط علماء الرياضة، والذي تطلب منهم مجهودا معتبرا لتجاوز هذه الأزمة، ولذلك سأحاول في الفصل الثالث والأخير عرض النزعات الرئيسية الثلاث التي ساهمت في ذلك وهي: النزعة المنطقية، النزعة الحدسية والنزعة الأكسيومية. إذن هذا الفصل يُعدّ بمثابة المخرج من المشكلة كما هي في الوقت الراهن.

المبحث الأول: النزعة المنطقية

المطلب الأول: ضبط المفاهيم

1- مفهوم المنطق الرياضي:

1-1- لغة: "المنطق الرياضي مشتق من اللفظ اليوناني (Lagistiché (techné، أي فنّ الحساب، ظهر في بداية القرن العشرين على يد برتراند راسل وألفرد نورث هوايتهد".[1]

1-2- اصطلاحا: "المنطق الرياضي (أو المنطق الرمزي) ظهر نتيجة تطبيق المناهج الرياضية في مجال المنطق الصوري واستخدام لغة خاصة من الرموز والصيغ، ويدرس المنطق الرياضي التفكير المنطقي (الاستدلال والبرهان)، ومن ثم فإنّ المنطق الرياضي يتخذ المنطق موضوعا له والرياضة منهجا".[2]

أي أن المنطق الجديد يتخذ من الرموز الواضحة بديلا للعبارات اللغوية غير المحدّدة، شأنه في ذلك شأن الرياضيات، وعليه فالمنطق الرمزي هو منطق صوري لكن في ثوب جديد.

2- مفهوم النزعة المنطقية: "هي الأطروحة القائلة بأنّ الرياضيات يمكن ردّها إلى المنطق".[3]

---

[1]- بول موي، المرجع السابق، ص 364.

[2]- يودين روزنتال، المرجع السابق، ص 500.

[3] - المرجع نفسه، ص 525.

النظرية الوجستيقية: هو المذهب الذي يردّ الرياضيات البحتة* بحذافيرها إلى المنطق الصوري، بحيث تصبح جزءا من المنطق وامتدادا لقضاياه وثوابته وليس فيها شيء غير المنطق الصوري وحده.[1]

وفي هذا تأكيد على ارتباط الرياضيات النظرية بالمنطق الصوري ارتباطا وثيقا.

المطلب الثاني: بوادر ظهور المنطق الرياضي

كان ليبنتز أول من أبرز التشابه بين المنطق والرياضيات، فلقد انتبه إلى أنّ الرياضيات كلها عمليات استنتاج تمرّ انطلاقا من مبادئ منطقية وبواسطة مبادئ منطقية، كما لفت الأنظار إلى أن "البديهيات" الرياضية يمكن أن تردّ بالتحليل إلى معان منطقية(اعتبار المنطق جزءا من العمليات الجبرية).[2]

أي أنّ ليبنتز هو أوّل من صاغ فكرة الحسابات المنطقية. [3]

ولم يصبح المنطق الرياضي مستقلا عن فروع العلم الأخرى إلاّ في منتصف القرن التاسع عشر بفضل أعمال جورج بول الّذي كوّن المنطق الجبري.[4]

علما أنه هو أوّل رياضي يكوّن فكرة دقيقة عن الحساب المنطقي الرمزي في كتاباته، لأنه من أهم مميّزات الحساب المنطقي البولي أنه يستند إلى استخدام الرموز، بالإضافة إلى

*- الرياضيات البحتة: هي الرياضيات النظرية أو الرياضيات المحضة، وذلك في مقابل الرياضيات التطبيقية، (محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 106).

[1]- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، لوجستيقا، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط1، 1972، ص 13.

[2]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 104.

[3]- يودين روزنتال، المرجع السابق، ص 500.

[4] - المرجع نفسه، ص 500.

قواعد تأليف تلك الرموز، ولذا فإنه يميز بين قسمين في إطار الحساب المنطقي وهما معا يؤلفان ما يطلق عليه جبر المنطق البولي: حساب الفصول وحساب القضايا.[1]

وقد ظهر تيّار آخر في المنطق الرياضي في نهاية القرن التاسع عشر، نشأ من حاجة الرّياضة إلى تقديم أساس لمفاهيمها ومناهجها الخاصّة بالبرهنة، ويمكن أن نجد منابع هذا التيار في أعمال فريجه.[2]

فكانت نظريته في المنطق ذات نقطة تحوّل حاسم فيه، كما كانت محاولة اشتقاق الرياضة منه أوّل محاولة ناجحة، ولكن أبحاثه المنطقية لم تؤثر مع ذلك في أحد من لاحقيه، لأنّ الرموز التي اصطنعها للتعبير عن ثوابت المنطق وقوانينه غير عملية.[3]

ولكن معاصر فريجه وهو بيانو قد خلص إلى اكتشاف التضمّن الصوري وتنبّه إلى ضرورة إدخال المتغيرات في كتابة القضايا المنطقية الخالصة، وذلك على غرار الاستعمال الرياضي لها، وهذا ما مكّن المنطق الصوري الجديد من التعبير عن القضايا الرياضية البحتة، وفوق هذا كلّه توصّل بيانو على عكس فريجه إلى استعمال رموز لثوابت المنطق ذات قيمة عملية تفوق رموز فريجه وضوحا وسهولة.[4]

لكن هذا الجبر المنطقي لم يكتمل إلاّ مع راسل وهوايتهد اللّذين جعلا منه ما يُسمّى اليوم بالمنطق الرياضي أو المنطق الرمزي.[5]

---

[1] – ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم، المنطق الرياضي، ج3، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، (د.ط)، 1985، ص 22– 23.

[2]– يودين روزنتال، المرجع السابق، ص 500.

[3] – محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 103.

[4]– المرجع نفسه، ص 103– 104.

[5]– محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 103.

في ضوء ما سبق يمكننا القول أن المناطقة في منتصف القرن التاسع عشر قد تأثروا بالرياضيات ومناهجها، وكذلك أدرجوا المنطق ضمن العمليات الجبرية.

ورغم ما ظهر من أعمال وإسهامات في هذا المجال من ليبنتز حتى بيانو، إلاّ أنّ الإسهام الرئيسي لظهور المنطق اللوجستيقي قد جاء على يد راسل وهوايتهد.

المطلب الثالث: النظرية اللوجستيقية عند راسل

منذ بداية القرن العشرين كانت الظروف مهيّأة لظهور النظرية اللوجستيقية، فنضجت في صورتها الحاضرة واستقامت كعلم جديد مع راسل.[1]

استلهم راسل من خطوات التقدم التي حقّقها بيانو في الأسلوب المنطقي طرقا لصياغة المبادئ الأساسية للمنطق، ولعرض شيئين في غاية الأهمية: أولا: كيفية تعريف كل مفاهيم الرياضيات من حيث المبادئ الأساسية، وثانيا: كيفية إثبات كل الحقائق الرياضية انطلاقا من تلك المبادئ الأساسية.[2]

أي أنّه إذا أردنا تعريف قضية رياضية ما أو أردنا أن نثبت صدقها وجب علينا اللجوء إلى مبادئ المنطق، وهذا دليل على العلاقة الوطيدة القائمة بين المنطق والرياضيات.

ولذلك تتميز القضايا الرياضية عند راسل بخاصيتين أساسيتين: الأولى هي أنّها جميعا قضايا تنحلّ إلى علاقة اللزوم المنطقي، والثانية هي اشتمالها على متغيرات وعلى ثوابت هي فقط الثوابت المنطقية.[3]

---

[1]- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 104.

[2]- إيه سي جرايلينج، برتراندراسل، مقدمة قصيرة جدا، ترجمة إيمان جمال الدين الفرماوي، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، ط1، 2014، ص 42- 43.

[3]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 106.

هذا ويضيف أنّه من الناحية التاريخية قد تشكلت الرياضيات والمنطق موضوعين متمايزين للدراسة، فربطت الرياضيات بالعلوم، كما ربط المنطق باليونان، ولكن كلتا الدراستين قد اتسعت في العصور الحديثة، فأصبح المنطق ذا صبغة رياضية، كما اتخذت الرياضيات شكلا منطقيا، ونتيجة لهذا أصبح من المستحيل رسم خط فاصل بينهما، وبالفعل فهما يشكلان دراسة واحدة ولا يختلفان إلاّ كما يختلف ابن عن أبيه، فالمنطق يمثل الرياضة في صغرها، أمّا الرياضة فتمثّل المنطق في نضجه.[1]

أي أنّ الرياضيات بالنسبة لراسل هي جزء من المنطق، وعليه لا يمكن فصل الجزء عن الكلّ، بل ينبغي المطابقة بينهما.

إذن علاقة الرياضة بالمنطق وثيقة جدّا، وتمييزها منه أمر جزاف إلى حدّ بعيد، فجميع الرياضة الخالصة أوّلية كالمنطق.[2]

مع العلم أنّ راسل يعرّف العدد بأنّه: "طريقة بها تجمع معا مجموعات معيّنة هي تلك المجموعات التي لها عدد معلوم من الحدود". وعليه يمكن الحصول على حزمات مختلفة من المجموعات، وكل حزمة مكوّنة من جميع المجموعات التي لها عدد معيّن من الحدود. نحن هنا إذن أمام أعضاء، أو أفراد، أو عناصر، تشكل مجموعات أو فصول، وأمام مجموعات أو فصول، تشكل فصولا أو مجموعات مجموعات. وللتأكد من أنّ مجموعتين تنتميان إلى حزمة واحدة، أي مجموعة واحدة نلجأ إلى طريقة التناظر، أي ربط حدود أحد الفصلين، كل واحد منها بحدّ واحد من الفصل الآخر، يقال حينئذ أن هذين الفصلين "متشابهان".[3]

نلاحظ أن نظرية الفصول لراسل تشبه إلى حدّ بعيد نظرية المجموعات لكانتور.

---

[1]- عبد السلام بن عبد العالي، محمد سبيلا، المرجع السابق، ص 55.

[2]- مصطفى غالب، برتراندراسل، في سبيل موسوعة فلسفية، دار مكتبة الهلال، بيروت، (د.ط)، 1986، ص 138-139.

[3]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 108-111

فإذا ساوينا بين مفهوم المجموعة عن كانتور ومفهوم الفصل عند راسل يمكن أن ترد نقائص نظرية المجموعات إلى المنطق، حيث أتى راسل بنظرية في الأصناف للتغلب على نقائض نظرية المجموعات وغيرها من النقائض المتماثلة التي وقع فيها هو نفسه في نظرية الفصول، إلاّ أنه قد اعتبرها هو نفسه غير مكتملة ولا نهائية نظرا للصعوبات التي اعترضتها.[1]

إذن يمكن التأكيد أن النّزعة المنطقية رغم ما حقّقته وخاصّة من خلال ربطها الرياضة بالمنطق، إلاّ أنّها لم تستطع تجاوز الأزمة بل أخفقت في ذلك، فهل سنجد الحلول مع النزعة الحدسية؟!

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 109- 111.

المبحث الثاني: النّزعة الحدسية

المطلب الأول: مفهوم الحدس

في اللغة: "الظن، والتخمين، والتوهم في معاني الكلام والرمي، والسرعة في السّير، والمضي على غير استقامة، أو على غير طريقة مستمرّة".[1]

اصطلاحا: تعدّدت تعريفات الفلاسفة ومنها:

- **ديكارت:** "الحدس هو الإطلاع العقلي المباشر على الحقائق البديهية"

- **ليبنتز:** "الحدس عنده مبني على الأصل الديكارتي، والدليل على ذلك قوله: الحقائق الأولى التي نعرفها بالحدس نوعان: حقائق العقل وحقائق الواقع".

- **كانط:** " "الحدس هو الإطلاع المباشر على معنى حاضر بالذهن من حيث هو ذو حقيقة جزئية مفردة".

- **بوانكاريه:** "الحدس هو الحكم السريع المؤكد أو التنبؤ الغريزي بالواقع والعلاقات المجرّدة، هذا الشعور بالنّظام الرياضي يكشف لنا عن العلاقات الخفيّة".[2]

إذن الحدس معرفة مباشرة لا تحتاج إلى وسائط.

المطلب الثاني: المذهب الحدسي

هو مذهب يعتقه رياضيون معاصرون من أمثال بوريل Borel وبوانكاريه Poincaré ولوبيج Lebesge وبير Baire في فرنسا، ومن أمثال بروور Brouwer وفايل Weyl وهيتنج Heyting في ألمانيا، وغير هؤلاء ممّن ائتلفوا على معارضة المذهب

---

[1]- جميل صليبا، المرجع السابق، ج1، ص 351- 352.

[2]- المرجع نفسه، ص 353.

اللوجستيقي والأكسيوماتيكي، يعودون بعلمهم إلى أصول غير منطقية هي الأصول الحدسية، التي هي من تقاليد الرياضة منذ الفيثاغوريين وإقليدس.[1]

أي أنّ الحدسيين قد استبدلوا المنطق بالحدس. ذلك أنّ المنطق في نظرهم عموما لا يكفي وحده، وعنصر الخصوبة في الرياضيات راجع إلى الحدس.[2]

1- المذهب الحدسي القديم:

جعل الحدسيون القدماء الهندسة، أي علم الأشكال المكانية العلم الرياضي الأساسي، وألحقوا به علم الأعداد (الحساب) الذي قصر عن اللحّاق بالهندسة في دقّتها وشمول نظرياتها بسبب ظهور مشكلة الأعداد الصمّاء فيه منذ بدايته، حيث أنّهم لا يعنون بالحدس البداهة الديكارتية، وإنّما المعنى الكانطي أي التجربة الحسّية التي يبيحها لنا المكان القبلي لكي نتمثّل الأشكال الرياضية.[3]

أي أنّ مصدر الرياضة مع الحدسيين قد أصبح تجريبيا حدسيا لا صوريا. فهم إذن رياضيون يقولون إن الرياضة لها "مادّة" معيّنة، ومن ثمّ فهي غير "صورية" بحيث تشتق من المنطق الصوري، وأن تلك المادة إنما تحتاج إلى "تجارب" من نوع خاص هي "الحدس الرياضي"، تلك التجربة هي السبيل الوحيد إلى "الكشف الرياضي" وإلى قيام الرياضة كعلم أصيل مستقل عن المنطق والأكسيوماتيك معا.[4]

[1]- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 108.

[2]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 112.

[3]- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 109.

[4]- المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

وما الأكسيوماتيك في نظر هؤلاء إلاّ الوسيلة العلمية اللاّحقة لشرح تلك الكشوف والتجارب الرياضية الأصيلة في صورة واضحة يفهمها الآخرون الذين لم يكتشفوها. فالمنابع تجريبية أي حدسية أمّا العرض اللاحق للتجربة أي للحدس فهو منطقي أو أكسيوماتيكي.[1]

من خلال ما عرضناه نستطيع أن نستخرج تناقضا وقع فيه هؤلاء، فمن جهة يستبعدون دور المنطق في الرياضة ومن جهة أخرى يؤكدون على تدخّله في عرضها وتقديمها للآخرين.

هذا هو المذهب الحدسي كما يستخلص من فلسفة قدماء الحدسيين من أمثال كانط وبوانكاريه وغيرهما مما يطلق على مذاهبهم "المذهب الحدسي" وحسب.[2]

2- المذهب الحدسي الجديد:

هو مذهب المعاصرين من أمثال بروول وفايل وهيتنج، الذين باستنادهم إلى الحدس أخرجوا من الرياضة المعاصرة كل ما لا ينبّيء به الحدس، ليجنّبوا علمهم "النّقائض الرياضية" والأخطاء الأخرى التي وقعت فيها الرّياضة الحديثة منذ ظهور نظرية جورج كانتور المسمّاة نظرية "المجاميع"، فأعطوا الحدس معنى خاصّا وضيّقا يميّز مذهبهم الحدسي الجديد.[3]

حيث يرى هيتنج أن ممّا ليس له معنى: القول بوجود موضوعات رياضية مستقلّة عن الفكر البشري الذي ينشئها.[4]

---

[1]- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 160.

[2]- المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

[3]- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 109.

[4]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 113- 114.

أي أنّه يضيف كخاصّية من خواص المذهب الحدسي الجديد، أن الأمور التي هي موضوع الرياضة هي أمور مستقلّة عن "التجربة الخارجية"، كما أنّها ليست "صورية" ولكنّها مع ذلك هي أمور "موضوعية" لا توجد مع ذلك إلاّ في الفكر.[1]

وعليه يمكن القول أنّ موضوعات الرياضة ليست في غنى عن نشاط الفكر ومبادئه ومقولاته، فهي إنشاءات ذهنية.

بالإضافة إلى أنّ المبدأ الذي تنطلق منه النزعة الحدسية الجديدة، والذي يسمّيه كونزت Gonseth "بديهية النزعة الحدسية" هو التالي: إن جميع أنواع اللامتناهي تفلت من قبضة مبدأ الثالث المرفوع، فهو لا يصلح فيها، ولكنه يحتفظ بصلاحيته بالنسبة إلى المقادير النهائية، يقول براوور: "وحتى إذا كان تطبيق مبدأ الثالث المرفوع لا يؤدي إلى تناقض، فإنّه لا يمكن، مع ذلك اعتباره مشروعا...".[2]

أي أنّ المنطق التقليدي لا يتناسب مع مفهوم اللانهاية، وهذا ما يتطلب منطقا جديدا.

هذا ويضيف براوور أنّه لا يكفي أن نثبت عدم تناقض أحد المفاهيم حتى نسلّم بصحّته، بل يجب أن نكون قادرين على تركيبه، فمذهب براوور لا يكون إذن سوى جزء من الرياضيات الكلاسيكية فحسب.[3]

إذن يختلف معنى الحدس من مؤلّف إلى آخر، فلا توجد له وحدة في المعنى بينهم إلاّ في القول الغامض بأنّ "الرياضة متّحدة بالجزء المضبوط من الفكر". وبما أنّ الرياضة لا تفترض كأساس لها أي علم آخر حتى لو كان المنطق، فلا يبقى عندنا من منهج لها غير

---

[1]– محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 110.

[2]– محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 116.

[3]– بول موي، المرجع السابق، ص 141.

"الحدس"، وهذا الحدس إن هو إلاّ المقدرة على معالجة بعض تصوّراتنا واستنباطاتنا التي تحدث في تفكيرنا العادي معالجة منفصلة ومضبوطة ودقيقة.[1]

أي أنّ ارتباط الرياضة بالحدس يضفي عليها مزيدا من الدقة واليقين والوضوح.

المذهب الحدسي يعود بالرياضيات إلى الوراء، فيتركها مجزّأة مشتّتة ... ويضرب صفحا بالتالي عن الإنجاز العظيم الذي حقّقته الرياضيات الحديثة.[2]

حيث أنّ مذهب بروور يظل مذهبا خاصا جدّا وهو على هامش الرياضيات الكلاسيكية.[3]

كما أنّهم أخرجوا الكثير من أجزاء الرّياضة الهامّة كالأعداد اللامتناهية ونظرية المجاميع، هذه الأخيرة التي هي أعمق اكتشافات الرياضة في عصورها الأخيرة، نظرا لما جاءت به من حلول عجيبة لأعوص مشاكل اللاّمتناهي، فتبقى بعد ذلك أجزاء مبعثرة لا تلتئم معا لتكون علما يسمى الرياضة.[4]

وعليه ولإنجاز وحدة الرياضيات وتحقيق الإنسجام بين مختلف فروعها،[5] امتشق هلبرت مرّة أخرى قلمه ليفنّد طرائق المذهب الحدسي ونتائجه ويرد أنصاره إلى الطريقة الأكسيوماتيكية عنده.[6]

---

[1]- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 109- 110.

[2]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 116.

[3]- بول موي، المرجع السابق، ص 142.

[4]- محمد ثابت الفندي، المرجع السابق، ص 110

[5]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 116.

[6]- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 162.

إذن المذهب الحدسي لم يتقدم ولو خطوة واحدة إلى الأمام بل على العكس تماما، تراجع خطوات إلى الوراء خاصّة وأنّه أنكر كل الإنجازات الهائلة التي تحقّقت مؤخّرا، ومن بينها نظرية المجامع لكانتور، أين بقي حبيس الرياضيات الكلاسيكية.

المبحث الثالث: النزعة الأكسيومية

كان هناك قمّة من قمم الرياضة الحديثة هو ديفد هلبرت لا يوافق راسل على أن تكون الرياضة منطقا صوريا صرفا، وأخذ يطوّر فكرة في أصل الرياضة والمنطق معا سمّاها "النظرية الأكسيوماتيكية"، حيث أنّ الأبحاث في الخمسين سنة الأخيرة نحت في أغلبها منحى هذه النظرة، التي تعمّقت فكرة "المسلّمات" في الرياضة والمنطق وبحثت شروط قيامها وتأسيسها.[1]

الطريقة الأكسيوماتيكية التي يدعو إليها هلبرت هي جهاز من الرموز، لا شيء فيه يوجد بصورة عرضية، وإنما كل شيء يسير وفق القواعد الصورية الدقيقة واختيار البديهيات.[2]

حيث يرى أن" المنطق والرياضيات شيئان نبعا معا متحاذيين أو متوازيين من منبع واحد أبعد منهما هو الطريقة الأكسيوماتيكية أو الصورية الصّرفة التي هي الأساس الأوّل والبعيد لعلمي الرياضة والمنطق معا، حيث أنّ المسلمات الأولية في المنطق والرياضة لا هي إلى المنطق ولا هي إلى الرياضة وإنمّا هي عارية تماما عن كلّ معنى رياضي أو منطقي، لأنّها مجرّد رموز إسمية نضعها وضعا، ومن ثم فهي صورية بحتة، وتلك الحدود والمسلّمات هي الأكسيوماتيك الذي تشتق منه الرياضة والمنطق متوازيين لا متصّلين.[3]

وهنا يكمن الفرق بين النزعة الأكسيومية وغيرها من النّزعات الأخرى لأنّ الأساس في هذه النزعة صوري محض، يفترض دوما جملة من الأوليات (منطلقات) تنبع منها الرياضة والمنطق على حدّ سواء.

---

[1]– محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 105

[2]– محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 52.

[3]– محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 105– 106.

ولقد فرض وضع هذا الأكسيوماتيك أبحاثا أخرى في شروط إقامة المسلمات وهي شروط في جوهرها منطقية كشرط استقلال المسلمات وكونها غير متناقضة وكونها مشبعة.[1]

هذه الشروط وقفت على شرحها في الفصل الأول من مذكّرتي.

وبالنسبة إلى أنصار الصياغة الأكسيومية فإنّ المجموعات لا يتمّ تعريفها إلاّ كما تعرّف المجاهيل "س" التي تستعمل في أوليات النظرية، أيّة نظرية. تماما كما هو الشأن في المعادلات الرياضية المتعدّدة المجاهيل. ومن ثمّة تكون أمام مجموعات يمكن أن توضع مكان تلك المجاهيل وأمام أخرى لا تقبل ذلك. وبناء على ذلك يرى "زيرميلو" أنّه من الممكن التغلب على النقائض دون التضحية بأي شيء من الرياضيات الكلاسيكية، ودون اللجوء إلى تعقيدات منطقية كما فعل راسل.[2]

وعلى العكس من ذلك عجزت كل من النزعة المنطقية والنزعة الحدسية عن الخروج بحلّ لهذه الأزمة.

ولقد درج هلبرت على تسمية الأبحاث الأكسيومية "بما بعد المنطق" أحيانا وبما بعد الرياضة أحيان أخرى، فتكوّن بذلك مجال للدراسة جديد ما زال يجتذب البحاث من الجانبين.[3]

إذ أن البحث في ميدان ما بعد الرياضيات أدى إلى تدشين علم جديد يحمل نفس الإسم، موضوعه لا الكائنات الرياضية التي تتحدث عنها الرموز، بل الرّموز والعبارات الرياضية نفسها بقطع النظر عن معناها. إن هذه الرموز والعبارات التي تنشأ للتعبير عن الكائنات الرياضية تصبح هي نفسها كائنات ذات طبيعة أصيلة وجديرة بدراسة خاصّة. إنّ

[1]- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 106.

[2]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 117.

[3]- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 106.

علم "ما بعد الرياضيات" إذن، هو بالنسبة إلى التعبير الرياضي كنسبة الرياضيات نفسها إلى موضوعاتها كما أن علم "ما بعد المنطق" هو بالنسبة إلى المنطق كعلم "ما بعد الرياضيات" بالنّسبة إلى الرياضيات.[1]

نلاحظ أنّ الأكسيوماتيك قد حقّق للرياضيات والمنطق معا ما لم تحققه النزعات السّابقة، حيث فتح آفاقا جديدة في هذه المجالين تحسب له.

أي أنّ هذا المذهب أكثر صورية عن سابقه لأنّه يبدأ من مسلمات إسمية بحتة، وهو وإن اختلف عن سابقه في عدم اشتقاق الرياضة من المنطق إلاّ أنّه فيما يختص بأسس المنطق لا يختلف عن اللوجستيقا كل الاختلاف بل يكمله ويزيد من دقّته. هذا ثم أنّ الأكسيوماتيك يفترض بكلّ تأكيد قدرا من المنطق حيث أن أحد شروط تأسيسه الثلاثة هو شرط عدم التناقض وهو شرط أساسي، كما أنّه متضمّن في الشرطين الآخرين فالمنطق مفروض مقدّما في كل أكسيوماتيك، ولذلك تعتبر النظرية الأكسيومية تعميقا للوجستيقا بشرط استبعاد فكرة اشتقاق الرياضة منه.[2]

وهذا إن دلّ على شيء فهو يدلّ على أنّ النظرية الأكسيومية هي امتداد للمذهب اللوجستيقي، ولكنّها في نفس الوقت تجاوز له، لأنّها أضافت له ما ينقصه حتى يصبح أكثر فعالية ومصداقية.

من خلال ما سبق عرضه نجد أنّ هذا المذهب بدلا من أن يعالج مسألة عدم تناقض الرياضيات مباشرة، اتّجة إلى اختيار مسلّمات بعيدة تنتج الرياضيات والمنطق سويّا، بينما هي لا معنى لها في ذاتها لأنّها مجرّد رموز خاضعة لقوانين اقتراناتها التي تحدّدها المسلّمات، كما أنّ مجرّد اختيارها دون غيرها تظلّ مسألة غيبية وربّما ترجع إلى حدس

[1]- محمد عابد الجابري، المرجع السابق، ص 117- 118.

[2]- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، المرجع السابق، ص 106-107.

رياضي بعيد، أملى ذلك الاختيار دون غيره في الوقت الذي يريد فيه هذا المذهب استبعاد الحدس من ميدان الرياضيات.[1]

إذن يمكن التأكيد على وجود تناقض فمن جهة يريدون استبعاد الحدس، ومن جهة أخرى قد يستخدمونه في وضع مسلّماتهم، لكن تبقى هذه النزعة هي الأفضل، لأنّ ظهور الأكسيوماتيك وما نتج عنه من إبداعات في ميدان الرياضيات كان له الفضل في تقديم الحلول لعدّة مشاكل، وما زالت الأبحاث مستمرة في هذا الميدان للتقدّم والتطور أكثر فأكثر.

[1]– محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، المرجع السابق، ص 158.

- نتائج الفصل:

- ✓ تعدّد وجهات النظر حول أزمة الأسس أفرز ثلاث نزعات هي النزعة المنطقية، النزعة الحدسية، النزعة الأكسيومية.
- ✓ رغم هذا التعدّد إلاّ أنّ النزعة الوحيدة التي نجحت في تجاوز أزمة الأسس هي النزعة الأكسيومية.
- ✓ هناك تقارب بين النزعة المنطقية والنزعة الأكسيومية، لكن هذه الأخيرة قد صحّحت الكثير من مبالغات النزعة المنطقية.
- ✓ ميدان الرياضيات خصب ومنتج عرف إبداعات رائعة خلّدها التاريخ، ولذلك تبقى هذه الصّناعة العقلية من أرقى الصناعات على الإطلاق.

خاتمة

خاتمة:

مهما بذل المرء من جهد في مجال البحث العلمي والفلسفي بوجه خاص يجد نفسه في حاجة إلى بذل المزيد، وهذا هو البعد الاقرب إلى إعمال العقل في المجال المعرفي عموما.

من خلال ما سبق عرضه يمكننا التأكيد أن أزمة اليقين في الرياضيات قد قلبت الموازين رأسا على عقب، حيث كانت بوابة لدخول الرياضيات عالما جديدا، وهذا ما زادها تقدما وتطورا، رغم ما صادفته من صعوبات وتحديات، أي أن هذه الأزمة لم تقلل من قيمة الرياضيات، بل على العكس تماما فقد ظلت على الدوام ومازالت النموذج الأرقى للمعقولية.

وضمن موضوعنا هذا، بعد قدر لا بأس به من التحليل، يمكننا تسجيل النتائج الآتية:

- ✓ لا يمكن التشكيك في قيمة الرياضيات لأنها تبقى بموضوعها ومنهجها ولغتها ونتائجها نموذجا يقتدى به ويؤسس على منواله، حيث تسعى سائر العلوم الأخرى بلوغ ما بلغته الرياضيات من دقة ووضوح ويقين.
- ✓ ظهور أنساق هندسية جديدة تقوم على الاتساق الداخلي والمنطقي لقضاياها، وهذا ما أدى إلى تغير موضوع ومنهج العلم الرياضي، فأصبح يقوم على الفرض والاستنتاج.
- ✓ أصبح التعريف المعاصر للرياضيات يقوم على أساس المنهج أكثر من الموضوع، فأصبحت بذلك "علم الأكسيوماتيك"، ركيزتها الأولى والأساسية هي التناسق.
- ✓ وصلت الرياضيات إلى ما هي عليه حاليا، بعد تغيرات جذرية في تركيبها الداخلي، نتيجة الحركة الأكسيوماتيكية.
- ✓ لم تعد هناك إلا منظومة من الفرضيات، ولم نعد نشترط فيها أن تكون بديهية، وإنما فحسب ألا تتنافر مع بعضها بعض، أي لا تؤدي النتائج المتمخضة عنها إلى عبارات متناقضة، فكل الأنساق سواء كانت إقليدية أو معاصرة هي صحيحة، مادام

الفكر ملتزما بمبدأ عدم التناقض، وعليه أمسى من غير الممكن التمييز بين البديهيات والمسلمات.

- ✓ الأكسيوماتيك نسق رياضي صوري ومنهج في آن واحد، أثبت فعالياته لا في العلوم الصورية من منطق ورياضيات، بل تجاوزها إلى العلوم التجريبية الأخرى، وذلك راجع إلى ما يتمتع به من قدرة مبدعة في التحليل والتركيب والتنظيم والاكتشاف والإبداع، فبفضله مثلا أصبحت الآلات تحل محل الإنسان حتى في عملية التفكير.
- ✓ ميلاد المذهب الحسابي في تاريخ الرياضة وانهيار فكرة الاتصال في التحليل ساهم في تطور ميدان العدد(الجبر)، لكن هذا التطور ظهرت معه صعوبات جديدة من بينها مشكلة اللامتناهي، هذه الأخيرة التي أفرزت بدورها نظرية المجاميع ونقائضها.
- ✓ تعد نظرية المجاميع لكانتور من بين أهم النظريات في تاريخ الرياضيات كونها تفتح آفاقا جديدة للتطور والبحث والتميز والإبداع بالرغم مما طرحته من صعوبات وتحديات.
- ✓ وما يجب التنويه به أنه بالرغم من تعدد الاتجاهات إلا أن النزعة الوحيدة التي نجحت في تجاوز أزمة الأسس هي النزعة الأكسيومية، هذه الأخيرة التي ترى بأن المنطق والرياضيات ينبعان معا من أصل واحد قبلهما هو الطريقة الأكسيوماتيكية.

وفي الأخير ينبغي التأكيد على ضرورة الاهتمام بفلسفة الرياضيات بصفة عامة، والتشجيع على الخوض في هذا المجال المعرفي الذي لم يأخذ حقه كفاية، وعليه فنحن بحاجة إلى قراءات متأنية من شأنها أن تفتح المجال لمزيد من التأمل، بغرض المساهمة في بناء معرفي أكثر دقة وأكثر وضوحا، خاصة وأننا نعلم أن الرياضيات بما تتميز به من خصوبة وتأثير في العديد من المجالات والميادين، هي جديرة فعلا بالاهتمام والدراسة.

قائمة المصادر والمراجع

قائمة المصادر والمراجع:

أولا: المراجع

1- إيه سي جرايلينج، برتراندراسل، مقدمة قصيرة جدا، ترجمة إيمان جمال الدين الفرماوي، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، ط1، 2014.

2- برتراند راسل، أصول الرياضيات، ترجمة محمد مرسي وأحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر، ط2، (د.ت).

3- بول موي، المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة فؤاد زكرياء، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، مصر، (د.ط)، 2016.

4- جاكلين ستيدال، تاريخ الرياضيات، ترجمة محمد عبد العظيم سعود، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، ط1، 2016.

5- روبير بلانشي، نظرية المعرفة العلمية (الإبستمولوجيا)، ترجمة حسين عبد الحميد، (د.م)، (د.ط)، 1986.

6- عبد السلام بن عبد العالي، محمد سبيلا، دفاتر فلسفية، نصوص مختارة، المعرفة العلمية، دار توبقال للنشر، الدار البيضاء، ط2، 1996.

7- عبد القادر بشتة، الإبستمولوجيا مثال الفيزياء النيوتونية، دار الطليعة، لبنان، ط1، 1995.

8- عبد اللطيف يوسف الصديقي، مسألة اللانهائية في الرياضيات، نظرية جورج كانتور، دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، ط1، 1999.

9- غاستون باشلار، الفكر العلمي الحديث، ترجمة عادل العوا، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، لبنان، ط2، 1983.

10- كامل محمد محمدعويضة، إقليدس بين الفلسفة والمنهج الرياضي، دار الكتب العلمية، لبنان،ط1، 1994.

11- ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة العلوم، المنطق الرياضي، ج3، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، (د.ط)، 1985.

12- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، لوجستيقا، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط1، 1972.

13- محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، ط1، 1969.

14- محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت، ط5، 2002.

15- محمود قاسم، المنطق الحديث ومناهج البحث، مكتبة الأنجلو المصرية، مصر، ط2، 1953.

16- مصطفى غالب، برتراندراسل، في سبيل موسوعة فلسفية، دار مكتبة الهلال، بيروت، (د.ط)، 1986.

17- هانز ريشنباخ، نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة فؤاد زكرياء، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، الاسكندرية، (د.ط)، 1962.

18- و.و.سوير، متعة الرياضي، ترجمة عطية عبد السلام عاشور، دار سعد للطباعة والنشر،مصر، (د.ط)، (د.ت).

ثانيا: الدوريات

1- زبيدة مونية بن ميسي، مرابطين سمية، "البعد الإبستمولوجي للأكسيوماتيك وأثره على الخطاب الفلسفي من وجهة نظر روبير بلانشي"، مجلة العلوم الإنسانية، العدد 46، 2016.

ثالثا: الرسائل الجامعية

1- شهرة سعد الدين، جدلية أساس الرياضيات في الفكر الفلسفي المعاصر، مذكرة مكملة لنيل شهادة الماستر في الفلسفة، جامعة محمد بوضياف- المسيلة، السنة الجامعية 2018-2019.

رابعا: المعاجم والموسوعات

أ-المعاجم:

1- إبراهيم مدكور، المعجم الفلسفي، الهيئة العامة لشؤون المطابع الأميرية، القاهرة، (د.ط)، 1983.

2- أحمد تركي، المعجم العلمي المصور، دار المعارف، القاهرة، (د.ط)، 1968.

3- جلال الدين سعيد، معجم المصطلحات والشواهد الفلسفية، دار الجنوب للنشر، تونس، (د.ط)، 2004.

4- جميل صليبا، المعجم الفلسفي بالألفاظ العربية والفرنسية والانكليزيةواللاتنية، ج1، دار الكتاب اللبناني، بيروت، (د.ط)،1982.

5- صلاح أحمد وآخرون، معجم الرياضيات المعاصرة، مؤسسة الرسالة، بيروت، ط1، 1983.

6- محمود يعقوبي، معجم الفلسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام، الجزائر، ط 2، 1973.

7- يوسف كرم وآخرون، المعجم الفلسفي، مطابع كوستاتسوماس وشركاه، القاهرة، (دط)، 1966.

ب-الموسوعات:

1- الموسوعة العربية العالمية، مؤسسة أعمال الموسوعة للنشر والتوزيع، ط2، 1999.

2- أندريه لالاند، موسوعة لالاند الفلسفية، المجلد الأول، منشورات عويدات، بيروت، ط2، 2001.

3- يودين روزنتال، الموسوعة الفلسفية، ترجمة سمير كرم، دار الطليعة للطباعة والنشر، ط3، 1981.

فهرس المحتويات

فهرس المحتويات

ملخص

- ملخص:

الجدير بالذكر أنه بفضل أزمة الأسس قد أعيد النظر في تلك المطلقيات واليقينيات التي تميزت بها الرياضيات مدة قرون، كذلك بفضلها شهد الفكر الرياضي تحولات جذرية أهمها ظهور الهندسات اللاإقليدية، هذه الأخيرة التي تقوم على الإتساق الداخلي والمنطقي لقضاياها، فأصبحت بذلك الرياضيات علم الأكسيوماتيك، بالإضافة إلى نظرية المجموعات والتي تعتبر إبداعا في هذا الميدان، لتصبح فيما بعد الأزمة الحقيقية هي النقائض التي حدثت في هذه النظرية، وهذا ما أدى بالرياضيين إلى البحث في التركيب الداخلي للرياضيات، وأدى أيضا بفلاسفة الرياضة إلى إيجاد حلول لهذه الأزمة، علما أن النزعة الوحيدة التي نجحت في تجاوزها هي النزعة الأكسيومية، هذه الأخيرة التي ترى بأن المنطق والرياضيات ينبعان معا من أصل واحد قبلهما هو الطريقة الأكسيوماتيكية.

- Abstract :

It is worth mentioning that thanks to the crisis of basics , those absolutes and certainties have been reconsidered.Also , thanks to it , the Mathematical thought has known radical changes , the most important of which is the appearance of non- Euclidean Geometry that IS based on internal and logical cohesion of its matters. Consequently, Mathematics has become the science of axiomatics , in addition to the theory of groups which is considered an innovative creation in this field .The real resultant crisis afterwards were the contradictions which have taken place in this theory and this was what led Mathematicians to looking Into the inner composition of Mathematics, and also made Mathematical philosophers try to find solutions to this crisis .Taking into consideration that the only trend that has succeeded in overcoming such crisis is the Axiomatic trend .This latter believes that logic and Mathematics come from one origin which is the Axiomatic trend.